

GUÍA TEMAS SELECTOS DE MATEMATICAS II

1. DEFINICION DE INTEGRAL

Proceso que permite restituir una función que ha sido previamente derivada. Es decir, la operación opuesta de la derivada así como la suma es a la resta.

Por conveniencia se introduce una notación para la anti derivada de una función

Si $F'(x) = f(x)$, se representa

$$\int f(x) dx = F(x) + C$$

A este grafo \int se le llama símbolo de la integral y a la notación $\int f(x) dx$ se le llama integral indefinida de $f(x)$ con respecto a x . La función $f(x)$ se denomina integrando, el proceso recibe el nombre de integración. Al número C se le llama constante de integración esta surge por la imposibilidad de la constante derivada. Así como dx denota diferenciación con respecto a la variable x , lo cual indica la variable derivada.

$$\int f(x) dx$$

Esto se lee integral de $f(x)$ del diferencial de x

Propiedades

-->

- $\int k f(x) dx = k \int f(x) dx$
- $\int (f(x) + g(x)) dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$

1.1 FORMULAS PARA INTEGRALES

Integrales algebraicas

$$\int dx = x + c$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$$

$n \neq -1$

$$\int x^{-1} dx = \text{Ln}(x) + c$$

Integrales trigonométricas y exponenciales

$$\int \text{sen}(ax) dx = -\frac{1}{a} \cos(ax) + c$$

$$\int \cos(ax) dx = \frac{1}{a} \text{sen}(ax) + c$$

$$\int \tan(ax) dx = -\frac{1}{a} \text{Ln}|\cos(ax)| + c$$

$$\int \sec^2(ax) dx = \frac{1}{a} \tan(ax) + c$$

$$\int \cot(ax) dx = \frac{1}{a} \text{Ln}|\text{sen}(ax)| + c$$

$$\int \sec(ax) dx = \frac{1}{a} \text{Ln}|\sec(ax) + \tan(ax)| + c$$

$$\int \csc(ax) dx = \frac{1}{a} \text{Ln}|\csc(ax) - \cot(ax)| + c$$

$$\int e^{\alpha x} dx = \frac{e^{\alpha x}}{\alpha} + c$$

$$\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \arctan\left(\frac{x}{a}\right) + c$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsen\left(\frac{x}{a}\right) + c$$

$$\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \text{Ln}\left|\frac{a+x}{a-x}\right| + c$$

$$\int \sqrt{x^2 \pm a^2} dx = \frac{1}{2} \left(x\sqrt{x^2 \pm a^2} \pm a^2 \text{Ln}|x + \sqrt{x^2 \pm a^2}| \right) + c$$

$$\int \sqrt{a^2 - x^2} dx = \frac{1}{2} \left[x\sqrt{a^2 - x^2} + a^2 \arcsen\left(\frac{x}{a}\right) \right] + c$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \text{Ln}|x + \sqrt{x^2 \pm a^2}| + c$$

$$\int \frac{dx}{|x|\sqrt{x^2 - a^2}} = \frac{1}{a} \text{arc sec}\left(\frac{x}{a}\right) + c$$

Ejemplos

La aplicación de la segunda fórmula

$$\int x^2 dx = \frac{x^{2+1}}{2+1} + c = \frac{x^3}{3} + c$$

Se aplica nuevamente la fórmula anterior combinada con la propiedad antes descrita

$$\begin{aligned} \int (4x - 2x^{-\frac{1}{3}} + \frac{5}{x^2}) dx &= 4 \int x dx - 2 \int x^{-\frac{1}{3}} dx + 5 \int x^{-2} dx \\ &= 4x^2 - 2 \frac{x^{2/3}}{2/3} + 5 \frac{x^{-1}}{-1} + C = 4x^2 - 3\sqrt[3]{x^2} - 5x^{-1} + C \end{aligned}$$

El exponente al subir cambia de signo

En este ejercicio se aplicaron las propiedades de las integrales. El coeficiente sale de la integral y se pueden separar por la suma.

$$\int \frac{dx}{x} = \ln x + c \quad n = -1$$

$$\int \frac{x^2 dx}{x^2 + 1} = \int 1 - \frac{dx}{x^2 + 1} = \int dx - \int \frac{dx}{x^2 + 1} = x - \operatorname{artg} x + c$$

El grado del numerador es igual al grado del denominador por lo tanto es una división de polinomios, esto es una regla siempre se cumple no importa el método de integración.

$$\begin{array}{r} x^2 \\ \hline x^2 + 1 \\ \hline -1 \end{array}$$

1 **Resultado**
-1 **Resto**

$$\text{Resultado} + \frac{\text{Resto}}{\text{divisor}}$$

ACTIVIDAD 1

Resolver las integrales

$$1 \quad \int x \operatorname{sen} x \, dx$$

$$2 \quad \int \frac{\ln x}{x^3} \, dx$$

$$3 \quad \int (x^3 + 5x^2 - 2) e^{2x} \, dx$$

$$4 \quad \int \ln x \, dx$$

$$5 \quad \int e^x \cos x \, dx$$

$$6 \quad \int \frac{3x^2 - 2x + 5}{(x+3)^3} \, dx$$

$$\boxed{7} \quad \int x\sqrt{1+x} \, dx$$

$$\boxed{8} \quad \int \frac{dx}{\sqrt{1+e^x}}$$


$$\boxed{9} \quad \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-2}}$$

$$\boxed{10} \quad \int \frac{\sqrt{x+1}+2}{\sqrt[3]{(x+1)^2}-\sqrt{x+1}} \, dx$$

$$\boxed{11} \quad \int \operatorname{cosec}^3 x \, dx$$

$$\boxed{12} \quad \int \frac{e^{4x}+3}{e^{3x}} \, dx$$

FORO 1

1. Analice y comente que importancia tiene la integral en la Ciencias y la Sociedad.
 2. Analice porque es importante que aprenda a Integrar además de comentar cual es el objetivo de la integración.
- 

VIDEOS DE CONSULTA:

<https://www.youtube.com/watch?v=H3G08Aj0sLE>

<https://www.youtube.com/watch?v=8QccEGEBBTM>

<https://www.youtube.com/watch?v=Q1nRFIYIYbU>

<https://www.youtube.com/watch?v=4JHHE99fsKY>

<https://www.youtube.com/watch?v=Rp94H7KG-oQ>

<https://www.youtube.com/watch?v=oi3H4XxXk6o>



2 INTEGRAL DE UNA CONSTANTE

La **integral de una constante** es igual a la constante por x .

$$\int k \, dx = k \cdot x + C$$

Ejemplo

$$\int 7 \, dx = 7x + C$$

Integral de cero

$$\int 0 \, dx = C$$

2.1 INTEGRAL DE UNA POTENCIA

Integral de una potencia

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$$

$$\int u^n \cdot u' dx = \frac{u^{n+1}}{n+1} + C \quad n \neq -1$$

2.2 INTEGRAL LOGARITMICA:

$$\int b^x dx = b^x / \ln(b) + C$$

DEMOSTRACION

$$\int b^x : \underline{\text{Desde la derivada}}$$

Given : $\frac{d}{dx} b^x = b^x \ln b$. Teorema Fundamental de Cálculo.

$$b^x \ln b = \frac{d}{dx} b^x$$

$$\int b^x \ln b dx = b^x + c \text{ (una constante arbitraria } c)$$

$$\ln b \int b^x dx = b^x + c$$

$$\int b^x dx = b^x / \ln(b) + c$$

2.3 INTEGRAL EXPONENCIAL

$$\int e^x dx = e^x + C$$

DEMOSTRACION

$$\int e^x dx : \text{Desde la derivada}$$

Dado : $\frac{d}{dx} e^x = e^x$. Teorema Fundamental de Cálculo

$$e^x = \frac{d}{dx} e^x$$

$$\int e^x dx = e^x + c \text{ (constante C)}$$

ACTIVIDAD 2

1 Resolver las siguientes integrales:

$$1 \int \frac{1}{x^2 \sqrt[5]{x^2}} dx$$

$$2 \int (x+2)^3 dx$$

$$3 \int (2x+1)(x^2+x+1) dx$$

$$4 \int \frac{x+1}{\sqrt[3]{x^2+2x+7}} dx$$

$$5 \int \operatorname{sen} 2x \cos 2x dx$$

$$6 \int \operatorname{sen}^4 x \cos x dx =$$

$$7 \int \operatorname{tg}^2 x \sec^2 x dx$$

$$8 \int \frac{\operatorname{arc} \operatorname{tg} x}{1+x^2} dx$$

Actividad 3

Realice un video donde explique como se resuelve una Integral Exponencial.

1. El video tendrá una duración de 6 minutos.
2. Utilice una pizarra si no cuenta con una utilice hojas de papel plumones o lápiz.
3. En el video solo debe aparecer las hojas la pizarra y el proceso de como lo va realizando y su narración.

VIDEOS DE CONSULTA:

<https://www.youtube.com/watch?v=p-d9LMjNYyw>

<https://www.youtube.com/watch?v=H3G08Aj0sLE>

<https://www.youtube.com/watch?v=fmDAfTH80H0>

<https://www.youtube.com/watch?v=CCT4zj8cGNY>

<https://www.youtube.com/watch?v=JeQKuYU2DD0>

<https://www.youtube.com/watch?v=ORVeMVgiM3g>

