INSTITUTO CULTURAL REFORMA
BACHILLERATO GENERAL

GUÍA DE ESTUDIO

MATEMATICAS 1

1. Datos generales

a) Datos curriculares	
Nombre de la asignatura:	Matemáticas 1
Modulo:	Primer modulo
b) Datos de identificación del alumno	
Nombre:	
Grupo:	
Fecha:	
c) Datos del profesor	
Nombre del profesor:	Carlos Alonso Rodríguez

Índice

Actividades

Recuerda que debes mantener tu motivación, organizar y administrar tu tiempo eficazmente, tener una disposición constante al trabajo y al estudio, tener un dominio básico de las herramientas de esta modalidad de estudio.

1. Desarrollo de la asignatura

Tema 1. Aritmética

Definición: La aritmética es el estudio de los números. La aritmética es una rama de las matemáticas y su estudio involucra las operaciones básicas de la aritmética que son la suma (+), la resta (-), la multiplicación (x o *) y la división (÷ o /).

Las operaciones aritméticas son las diversas combinaciones que se efectúan con los números clasificándose en:

Operaciones aritméticas directas

- Dentro de este grupo se incluye la suma o adición (+) que se representa como la suma de dos elementos o más elementos como por ejemplo a + b + c, etc. llegando a la suma total.
- En este grupo también se encuentra la multiplicación (x o *) que se representa como el producto de dos o más números como, por ejemplo: a x b = p.
- La potenciación es un número elevada a otro número, o sea un número (base) multiplicado por el mismo número por n veces (exponente). Por ejemplo ‘a’ elevado a 3 o a^3 es el resultado de (a x a x a).

Operaciones aritméticas indirectas:

- Dentro de este grupo se incluye la resta o sustracción (-) que se representa como la disminución de dos o más números como por ejemplo a - b - c, etc.

- La división se representa con un número base (dividendo) que es dividido por otro número divisor cuyo resultado es llamado cociente. Es la operación inversa de la multiplicación como por ejemplo 6 ÷ 2 = 3 y si invertimos la operación sería 3 x 2 = 6.

- La radicación es la raíz de un número (√) e inversa de la potenciación. Se representa como por ejemplo como la raíz cuadrada de 25 sería 5 porque 5^2 o 5 x 5 = 25.

- La logaritmación se representa como el logaritmo en base de n y también es una operación inversa a la potenciación.

Subtema 1.2 Concepto de Fracción.

Con origen en el latín fractio, el concepto de fracción da nombre a un proceso basado en dividir algo en partes. En el ámbito de las matemáticas, la fracción es una expresión que marca una división. Por ejemplo: 3/4, que se lee como tres cuartos, señala tres partes sobre cuatro totales, y también se puede expresar como el 75%.

La fracción, por lo tanto, expone qué cantidad se debe dividir por otro número. Si a 3/4 le sumo 1/4, obtendré 4/4, es decir, 1 (un entero). Las fracciones que poseen un valor idéntico (como ocurre con 3/6 y 5/10) se conocen como fracciones equivalentes.

Las fracciones están compuestas por numeradores y denominadores. En 1/2, 1 es el numerador y 2 es el denominador. Estos componentes siempre son números enteros; por lo tanto, las fracciones pueden encuadrarse en el grupo de los números racionales.

De acuerdo al tipo de vínculo que se establezca entre el numerador y el denominador, las fracciones pueden clasificarse como propias (si el denominador es más grande respecto al numerador), impropias (cuando el numerador es más grande que el denominador), reducibles (cuando el numerador y el denominador no son primos entre sí, una particularidad que permite que la estructura pueda simplificarse) o irreducibles (aquellas donde el numerador y el denominador son primos entre sí y, por ese motivo, no puede hacerse más simple).

Las fracciones mixtas tienen un aspecto particular, ya que delante del numerador y el denominador se escribe un número entero, generalmente de mayor tamaño (en lo que se refiere a su tipografía) y ubicado en el centro vertical. Este valor indica qué cantidad de veces se completa el denominador, hecho que no sucede en el resto de las fracciones. Un ejemplo sería 4 1/3, lo que significa que se tienen 4 unidades (cuatro veces tres tercios) y un tercio.

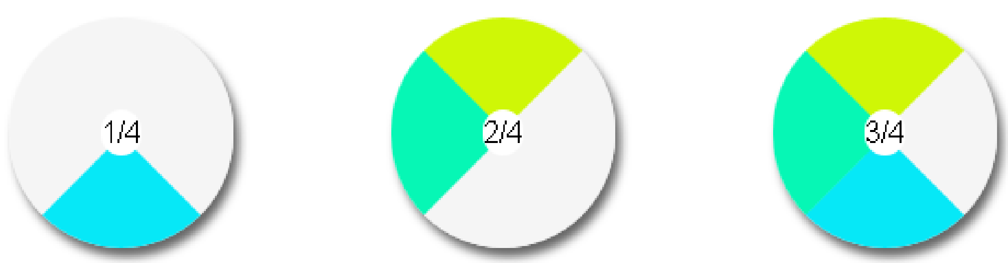
Subtema 1.3 Suma y resta de fracciones

La adición o suma de fracciones es una de las operaciones básicas que permite combinar dos o más fracciones en un número equivalente, al cual se le conoce como "Suma" o "Resultado de la Suma".

Suma de fracciones con mismo denominador

La suma de fracciones con el mismo denominador o también conocida como suma de fracciones homogéneas es el procedimiento más simplificado y sencillo, ya que el proceso de la suma se basa en sumar los numeradores y el denominador se mantiene igual.

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3}{4}$$



Ejemplos:

$$\frac{2}{3}+\frac{4}{3}=\frac{2+4}{3}=\frac{6}{3} \qquad \frac{5}{2}+\frac{6}{2}=\frac{5+6}{2}=\frac{11}{2} \qquad \frac{5}{6}+\frac{4}{6}=\frac{5+4}{6}=\frac{9}{6} \qquad \frac{8}{3}+\frac{2}{3}=\frac{8+2}{3}=\frac{10}{3}$$

De los anteriores ejemplos se puede simplificar 6/3 = 2 y 9/6=3/2.

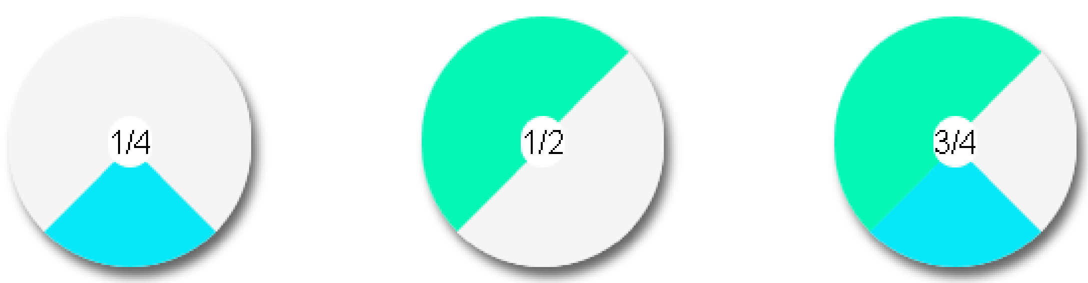
Ejercicios:

A) $\frac{5}{3}+\frac{3}{3}=?$ B) $\frac{9}{2}+\frac{5}{2}=?$ C) $\frac{6}{5}+\frac{4}{5}=?$ D) $\frac{6}{8}+\frac{2}{8}=?$

Suma de fracciones con diferente denominador

Para realizar una suma de fracciones con diferente denominador o también conocida como suma de fracciones heterogéneas, se recomienda saber obtener el mínimo común múltiplo (m.c.m.), ya que podemos simplificar las fracciones.

$$\frac{1}{4}+\frac{1}{2}=\frac{3}{4}$$



Se pueden considerar dos métodos distintos para la suma de fracciones con diferente denominador, en este caso, el primer método corresponde a la forma directa ya que no podemos obtener un mínimo común múltiplo del denominador y el segundo método corresponde a la obtención del mínimo común múltiplo.

Primer Método: El primer método se puede resolver de dos maneras

A) Método de la División de los denominadores por los numerados: Consiste en buscar el común denominador de las fracciones que se van a sumar, por ejemplo:

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{5}$$

1.- Para ello se multiplica los denominadores de las fracciones 2 x 5 = 10.

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{5} = \frac{\quad}{10}$$

2.- El común denominador se divide entre el denominador de la primera fracción: 10 / 2 = 5.

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{5} = \frac{\quad}{10}$$

3.- El resultado de la división se multiplica por el numerador de la misma fracción: 5 x 1.

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{5} = \frac{\quad}{10}$$

4.- Una vez que se divide y se multiplica, el resultado se coloca en el numerador con el signo de la fracción, en este caso la fracción es positiva pero está de más poner el signo.

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{5} = \frac{5}{10}$$

5.- Se realiza el mismo procedimiento con la otra fracción y se realiza la suma con los numeradores que resultaron.

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{5} = \frac{5+6}{10} = \frac{11}{10}$$

B) Método de la multiplicación en cruz: Consiste en buscar el común denominador de las fracciones que se van a sumar, por ejemplo:

$$\frac{1}{3} + \frac{3}{5}$$

1.- Se multiplica los denominadores de las fracciones 3 x 5 = 15.

$$\frac{1}{3} + \frac{3}{5} = \frac{}{15}$$

2.- Se multiplica el numerador de la primera fracción por el denominador de la segunda fracción: 1 x 5 = 5. El resultado se coloca en el numerador con el signo de la fracción.

$$\frac{1}{3} + \frac{3}{5} = \frac{5}{15}$$

3.- Se multiplica el denominador de la primera fracción por el numerador de la segunda fracción: 3 x 3 = 9.El resultado se coloca en el numerador con el signo de la fracción

$$\frac{1}{3} + \frac{3}{5} = \frac{5+9}{15}$$

4.- Se realiza la suma con los numeradores que resultaron.

$$\frac{1}{3} + \frac{3}{5} = \frac{5+9}{15} = \frac{14}{15}$$

Segundo Método: Consiste en la obtención del mínimo común múltiplo de los denominadores, basta con identificar el mayor múltiplo entre ellos para realizar la suma de fracciones. Para sumar fracciones con múltiplos en el denominador, se lleva a cabo el siguiente procedimiento tomando de ejemplo la suma:

$$\frac{1}{2} + \frac{4}{6}$$

1.- Identificar el mayor común denominador de las fracciones que se van a sumar, el denominador 6 es múltiplo de 2, siendo el número 6 el mayor común denominador.

$$\frac{1}{2} + \frac{4}{6}$$

2.- El mayor común denominador se divide entre el denominador de la primer fracción: 6/2.

$$\frac{1}{2} + \frac{4}{6} = \frac{}{6}$$

3.- El resultado de la división se multiplica por el numerador de la misma fracción: 3x1 = 3.

$$\frac{1}{2} + \frac{4}{6} = \frac{}{6}$$

4.- Una vez que se divide y se multiplica, el resultado se coloca en el numerador con el signo de la fracción, en este caso la fracción es positiva pero está de más poner el signo.

$$\frac{1}{2} + \frac{4}{6} = \frac{3}{6}$$

5.- Se realiza el mismo procedimiento con la otra fracción y se realiza la suma con los numeradores que resultaron.

$$\frac{1}{2} + \frac{4}{6} = \frac{3 + 4}{6} = \frac{7}{6}$$

Ejemplos:

$$\frac{3}{2}+\frac{4}{3}=\frac{9+8}{6}=\frac{17}{6} \qquad \frac{3}{4}+\frac{5}{2}=\frac{3+10}{4}=\frac{13}{4} \qquad \frac{4}{8}+\frac{7}{2}=\frac{4+28}{8}=\frac{32}{8}$$

$$\frac{8}{5}+\frac{2}{3}=\frac{24+10}{15}=\frac{34}{15}$$

De los anteriores ejemplos se puede simplificar 32/8 = 4.

Ejercicios:

A) $\frac{5}{3}+\frac{7}{2}=?$ B) $\frac{3}{2}+\frac{5}{4}=?$ C) $\frac{3}{4}+\frac{3}{5}=?$ D) $\frac{6}{6}+\frac{2}{2}=?$

Subtema 1.4 Multiplicación y división de fracciones

MULTIPLICACIÓN DE FRACCIONES

$$\frac{2}{3} \times \frac{5}{6} = \frac{\cancel{10}^{2}}{\cancel{18}} = \frac{5}{9}$$

$$\frac{4}{6} \times \frac{3}{5} = \frac{\cancel{12}^{2}}{\cancel{30}} = \frac{\cancel{6}^{3}}{\cancel{15}} = \frac{2}{5}$$

La multiplicación del numerador con el numerador, da como resultado el nuevo numerador.
La multiplicación del denominador con el denominador, da como resultado el nuevo denominador.
Por último, se simplifican las fracciones teniendo en cuenta los criterios de divisibilidad

DIVISIÓN DE FRACCIONES

$$\frac{3}{4} \div \frac{5}{3} = \frac{9}{20}$$

$$\frac{2}{4} \div \frac{9}{5} = \frac{\cancel{10}^{2}}{\cancel{36}} = \frac{5}{18}$$

En la división se multiplican los términos en X, y el resultado se ubica de acuerdo a como lo muestran los colores de cada línea.
Por último se simplifica el resultado

Tema 2. Lenguaje algebraico

Definición: El lenguaje algebraico es el que utiliza letras, símbolos y números para expresar en forma breve y concisa enunciados en los que se pide realizar operaciones matemáticas. Por ejemplo, 2x – x2 es lenguaje algebraico.

Emplear el lenguaje algebraico adecuado es muy importante para modelar muchas situaciones que se presentan en la naturaleza y en lo cotidiano, algunas de los cuales pueden ser muy complejos según la cantidad de variables que se manejen.

Subtema 2.1 Definición de algebra

Álgebra es el nombre que identifica a una rama de la Matemática que emplea números, letras y signos para poder hacer referencia a múltiples operaciones aritméticas. El término tiene su origen en el latín algebra, el cual, a su vez, proviene de un vocablo árabe que se traduce al español como “reducción” o “cotejo”.

Este origen etimológico permitió que, en tiempos pasados, se conociera como álgebra al arte focalizado en la reducción de huesos que estaban dislocados o quebrados. Este significado, de todas maneras, ha caído en desuso.

Hoy entendemos como álgebra al área matemática que se centra en las relaciones, estructuras y cantidades. La disciplina que se conoce como álgebra elemental, en este marco, sirve para llevar a cabo operaciones aritméticas (suma, resta, multiplicación, división) pero que, a diferencia de la aritmética, se vale de símbolos (a, x, y) en lugar de utilizar números. Esto permite formular leyes generales y hacer referencia a números desconocidos (incógnitas), lo que posibilita el desarrollo de ecuaciones y el análisis correspondiente a su resolución.

Subtema 2.2 Operaciones algebraicas (adición, sustracción, multiplicación y división).

Adición:

Para realizar la suma, nos debemos fijar en los coeficientes y sus acompañantes, las variables (o también conocidos como parte literal, por aquello de que son letras).

$4x + 9x = 13x$

$3x^2 + 4x^2 = 7x^2$

$9x^2y^3 + 13x^2y^3 = 22x^2y^3$

$$\begin{array}{r} 5x^4y^2 + 3x^3y + 8x^2 + 10x \quad + \\ 8x^4y^2 + 9x^3y + 2x^2 + 12x \\ \hline 13x^4y^2 + 12x^3y + 10x^2 + 22x \end{array}$$

Suma de monomios semejantes: En este caso, los monomios tienen las variables iguales, con los mismos exponentes, procederemos agrupándolos según su parte literal y sumando normalmente:

El truco está en agruparlos debidamente como he hecho en el último ejemplo de arriba. Obviamente, la suma de ambos monomios, será otro monomio semejante.

Suma de términos no semejantes: A diferencia de antes, los términos no semejantes no tienen igual parte literal, por lo que procederemos a simplemente anotar esa suma y dejarla planteada:

$4x^8 + 5x^3$

Por tanto, podemos deducir que, para poder sumar monomios, hemos de tener obligatoriamente monomios semejantes.

Sustracción:

La resta o sustracción de monomios y polinomios es una operación en la cual se quiere encontrar la diferencia entre el minuendo y el sustraendo.

Ejemplos:

A) 8a – 3a = 5a

B) – 5b – (–7a) = 7a – 5b

C) $8x - 3x^2 = 8x - 3x^2$

D) 4a – 2a = 2a

- De **6b restar 3b**. Determinando el minuendo +6b con su signo y posteriormente el sustraendo +3b con el signo de resta será:

$$6b - (3b) = 6b - 3b = 3b$$

- De **18c restar 9a**. Determinando el minuendo +18c con su signo y posteriormente el sustraendo +9a con el signo de resta será:

$$18c - (9a) = 18c - 9a$$

En este caso no es posible simplificar ya que cada término tiene diferente letra.

- De **$-13a^2b$ restar $5a^2b$**. Determinando el minuendo $-13a^2b$ con su signo y posteriormente el sustraendo $+5a^2b$ con el signo de la resta será:

$$-13a^2 - (5a^2b) = -13a^2b - 5a^2b = -18a^2b$$

- De **$-8x^2y$ restar $-4ax^2$**. Determinando el minuendo $-8x^2y$ con su signo y posteriormente el sustraendo $-4ax^2$ con el signo de la resta será:

$$-8x^2y - (-4ax^2) = -8x^2y + 4ax^2$$

Se recomienda que el primer término sea el positivo, por lo tanto, es posible reacomodar el resultado de la siguiente manera:

$$4ax^2 - 8x^2y$$

En la resta de monomios en realidad consiste en cambiar el signo del sustraendo, es recomendable analizar con paréntesis ya que en la resta de polinomios el signo de la resta afecta a todo el sustraendo, por lo tanto, se estaría empleando el mismo método realizado.

- De **3x + 4y + 11w restar 2x + 3y + 8w**.

$$3x + 4y + 11w - (2x + 3y + 8w) = 3x + 4y + 11w - 2x - 3y - 8w$$

El resultado después de agrupar los términos semejantes será:

$$x + y + 3w$$

Para una mejor estructuración se recomienda analizar la resta en un acomodo de columna de modo que los términos semejantes estén uno sobre otro.

- De **$5xy^2 + 6y + 8w$ restar $5xy^2 + 3y$**. Ya que el signo de la resta afecta a todo el polinomio se tendría: $-(5xy^2 + 3y) = -5xy^2 - 3y$

$$\begin{array}{rl} 5xy^2 & + 6y + 8w \\ -(5xy^2 & + 3y) \\ \hline 0 & + 3y + 8w \end{array}$$

De **$3xy^2 - 5x^2y - 8x^3$ restar $5x^2y + 8x^3 - 3xy^2$**. Ya que el signo de la resta afecta a todo el polinomio se tendría: $-(5x^2y + 8x^3 - 3xy^2) = -5x^2y - 8x^3 + 3xy^2$.

$$\begin{array}{r}
-5x^2y \quad - 8x^3 + 3xy^2 \\
-(5x^2y \quad + 8x^3 - 3xy^2) \\
\hline
-10x^2y \; - 16x^3 + 6xy^2
\end{array}$$

Multiplicación algebraica

La multiplicación algebraica de monomios y polinomios consiste en realizar una operación entre los términos llamados multiplicando y multiplicador para encontrar un tercer término llamado producto.

Para analizar una multiplicación algebraica es recomendable tener un buen conocimiento en la multiplicación de potencias que tengan la misma base. Por ejemplo:

$$(a^3)(a^2)(a^5) = a^{3+2+5} = a^{10}$$

Multiplicación de monomios

A continuación se muestra diferentes casos para comprender de mejor manera la multiplicación de monomios.

- Multiplicar **$3a^2$ por $6a^4$**. Se multiplican los coeficientes $(+3)(+6) = +18$ y a continuación se hace la multiplicación de las letras $(a^2)(a^4) = a^{2+4} = a^6$, por lo tanto, el resultado será:

$$(3a^2)(6a^4) = 18a^6$$

- Multiplicar **$3ab$ por $3b^2c$**. Se multiplican los coeficientes $(+3)(+3) = +9$ y a continuación, se hace la multiplicación de las letras $(ab)(b^2c) = ab^{(1+2)}c = ab^3c$, por lo tanto, el resultado será:

$$(3ab)(3b^2c) = 9ab^3c$$

- Multiplicar **$-3a^2y^2$ por $4a^3y^3$**. Se multiplican los coeficientes (–3)(+4) = –12, y a continuación se hace la multiplicación de las letras $(a^2y^2)(a^3y^3) = a^{(2+3)}y^{(2+3)} = a^5y^5$, por lo tanto, el resultado será:

$$(-3a^2y^2)(4a^3y^3) = -12a^5y^5$$

- Multiplicar **$3a^{(z+2)}b^z$ por $2a^{3z}b^{(z-2)}$**. Se multiplican los coeficientes (+3)(+2) = +6 y a continuación se hace la multiplicación de las letras $(a^{(z+2)}b^z)(a^{3z}b^{(z-2)}) = a^{(z+2+3z)}\,b^{(z+z-2)} = a^{(4z+2)}\,b^{(2z-2)}$, por lo tanto, el resultado será:

$$(3a^{(z+2)}b^z)(2a^{3z}b^{(z-2)}) = 6a^{(4z+2)}b^{(2z-2)}$$

- Multiplicar **3a por –5b por –2abc**, es una multiplicación de más de dos monomios pero el procedimiento es el mismo a los anteriores. Se multiplican los coeficientes (+3)(–5)(–2) = +30 y a continuación se hace la multiplicación de las letras $(a)(b)(abc) = a^{(1+1)}b^{(1+1)}c = a^2b^2c$. El resultado de la multiplicación 3a por –5b por –2abc será:

$$30a^2b^2c$$

Multiplicación de monomios por polinomios

La multiplicación de monomios por polinomios consiste en multiplicar el término del monomio por cada uno de los términos que contiene el polinomio.

- Multiplicar **$2a$ por $(b + a^2)$**, en este caso lo que se tiene es $(2a)(b + a^2)$, se tiene una multiplicación de 2a por el primer término del polinomio que es “b” y otra multiplicación de 2a por el segundo término que es “a^2", por lo tanto se tendría:

$$(2a)(b + a^2) = (2a)(b) + (2a)(a^2) = 2ab + 2a^3$$

  Con la práctica se puede hacer la multiplicación de forma directa sin tener que hacer una separación de los términos, para quienes inician se recomienda hacer la separación para verificar el resultado.

- Multiplicar **$4b$ por $(a^2 - 3ab + 5b^2c)$**, otra forma recomendable para analizar es realizando la multiplicación en forma de columna.

$$\begin{array}{lr} & (a^2 - 3ab + 5b^2c) \\ \times & (4b) \\ \hline & 4a^2b - 12\,ab^2 + 20b^3c \end{array}$$

División:

La cuarta operación aritmética es la división, el inverso de la multiplicación. La división de polinomios no es tan diferente de la división de números. Empecemos con la división de un monomio entre otro monomio, que es la base de dividir un polinomio entre un monomio.

Cuando multiplicas dos monomios, multiplicas los coeficientes y luego multiplicas las variables. De manera similar, cuando divides monomios, divides los coeficientes y luego divides las variables. Cuando hay exponentes con la misma base, las reglas de los exponentes dicen que divides restando los exponentes. Considera el siguiente ejemplo:

Ejemplo		
Problema	Divide. $\frac{10y^5}{2y^2}$	
	$\left(\frac{10}{2}\right)\left(\frac{y^5}{y^2}\right)$	Agrupa el monomio en factores numéricos y variables.
	$5\left(y^{5-2}\right)$	Divide los coeficientes, y divide las variables restando los exponentes de cada término *y*.
Respuesta	$\frac{10y^5}{2y^2} = 5y^3$	

Ejercicios

En cada caso, efectuar el producto correspondiente:

1) $(-3x)(4x+5)=$
2) $(3y+7)(-4)=$
3) $(3x^2)(2x^2+3)=$
4) $(2)(2y-1)=$
5) $(x+2)(x)=$
6) $(-8)(m+2)=$
7) $(5y-7)(-1)=$
8) $(-x^2)(2x^2-1)=$
9) $(-2)(2a^2-5)=$
10) $(2m)(4m^2-6m+9)=$
11) $(-x)(4x+5)=$
12) $(3y+7)(-4y)=$
13) $(-x^2)(2x^2+3)=$
14) $(2y)(2y-1)=$
15) $(x^2-x+2)(-1)=$
16) $(-2m)(3m^2-2m+1)=$
17) $(y^2-5y-7)(-1)=$
18) $(-x^2)(2x^2+3x-1)=$
19) $(-2)(2a^2-a-5)=$
20) $(2m)(4m^2-6m+9)=$

Multiplicar cada multinomio y luego reducir términos semejantes:

1. $(-3x-4)(4x+5)$
2. $(3y+7)(y-4)$
3. $(3x-1)(2x+3)$
4. $(5y+2)(2y-1)$
5. $(x+2)(x-3)$
6. $(4m-8)(m+2)$
7. $(5y-7)(5y-1)$
8. $(x-9)(2x-1)$
9. $(a-2)(2a-5)$
10. $(2m+3)(4m^2-6m+9)$
11. $(-3x-4)(-3x+4)$
12. $(y+4)(y^2-4y+16)$
13. $(2x+3)(2x-3)$
14. $(5y-2)(5y+2)$
15. $(x+2)(x^2-2x+4)$
16. $(4m-8)(4m+8)$
17. $(5y-7)(5y+7)$
18. $(2x+1)(2x-1)$
19. $(2a+5)(2a-5)$
20. $(2m+3)(2m-3)$

Subtema 2.3 Productos notables y factorización.

Productos notables es el nombre que reciben multiplicaciones con expresiones algebraicas cuyo resultado se puede escribir mediante simple inspección, sin verificar la multiplicación que cumplen ciertas reglas fijas. Su aplicación simplifica y sistematiza la resolución de muchas multiplicaciones habituales.

Cada producto notable corresponde a una fórmula de factorización. Por ejemplo, la factorización de una diferencia de cuadrados perfectos es un producto de dos binomios conjugados, y recíprocamente**.**

FACTOR COMÚN

El resultado de multiplicar un binomio a+b por un término c se obtiene aplicando la propiedad distributiva:

c (a + b) = c a + c b

Para esta operación existe una interpretación geométrica, ilustrada en la figura adjunta. El área del rectángulo es c (a + b) (el producto de la base por la altura), que también puede obtenerse como la suma de las dos áreas coloreadas: ca y cb.

Ejemplo:

3x (4x + 6y) = 12x^2 + 18xy

BINOMIO AL CUADRADO O CUADRADO DE UN BINOMIO

Para elevar un binomio al cuadrado (es decir, multiplicarlo por sí mismo), se suman los cuadrados de cada término con el doble del producto de ellos. Así:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Un trinomio de la expresión siguiente: $a^2 + 2ab + b^2$ se conoce como trinomio cuadrado perfecto.

Cuando el segundo término es negativo, la ecuación que se obtiene es:

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

En ambos casos el signo del tercer término es siempre positivo.

Ejemplo**:**

$$(2x-3y)^2=(2x)^2+2(2x)(-3y)+(-3y)^2$$

Simplificando:

$$(2x-3y)^2=4x^2-12xy+9y^2$$

Ejercicios:

I. Resolver cada suma por diferencia

1. $(x-2)(x+2)$
2. $(a+3)(a-3)$
3. $(2x-5)(2x+5)$
4. $(3x+2)(3x-2)$
5. $(3x+y)(3x-y)$
6. $(5x-2)(5x+2)$
7. $(7a-b)(7a+b)$
8. $(5x+10y)(5x-10y)$
9. $(5x^2-3)(5x^2+3)$
10. $(7a^2+2b^3)(7a^2-2b^3)$

II. Resolver cada cuadrado de binomio

1. $(x+4)^2$
2. $(3x+2)^2$
3. $(a+1)^2$
4. $(p+5q)^2$
5. $(a+2b)^2$
6. $(x-5)^2$
7. $(5x+3y)^2$
8. $(a-3b)^2$
9. $(6-x)^2$
10. $(6x-5y)^2$
11. $(x^2-5)^2$
12. $(3a^3+x^2)^2$

III. Resolver cada producto

1. $(x-2)(x+1)$
2. $(a+3)(a-2)$
3. $(2a-3)(a+3)$
4. $(4x+2)(x-5)$
5. $(5x-2)(5x-2)$
6. $(3x+2)(3x-2)$
7. $(4a-b)(3a+b)$
8. $(2x+5y)(5x+y)$
9. $(2x^2-1)(3x^2-3)$
10. $(x-3)^3$
11. $(7a^2-b)(3a-2b)$
12. $(a+2)^3$

Tema 3. Ecuaciones

Una ecuación en matemática se define como una igualdad establecida entre dos expresiones, en la cual puede haber una o más incógnitas que deben ser resueltas.

Las ecuaciones sirven para resolver diferentes problemas matemáticos, geométricos, químicos, físicos o de cualquier otra índole, que tienen aplicaciones tanto en la vida cotidiana como en la investigación y desarrollo de proyectos científicos.

Las ecuaciones pueden tener una o más incógnitas, y también puede darse el caso de que no tengan ninguna solución o de que sea posible más de una solución.
Partes de una ecuación

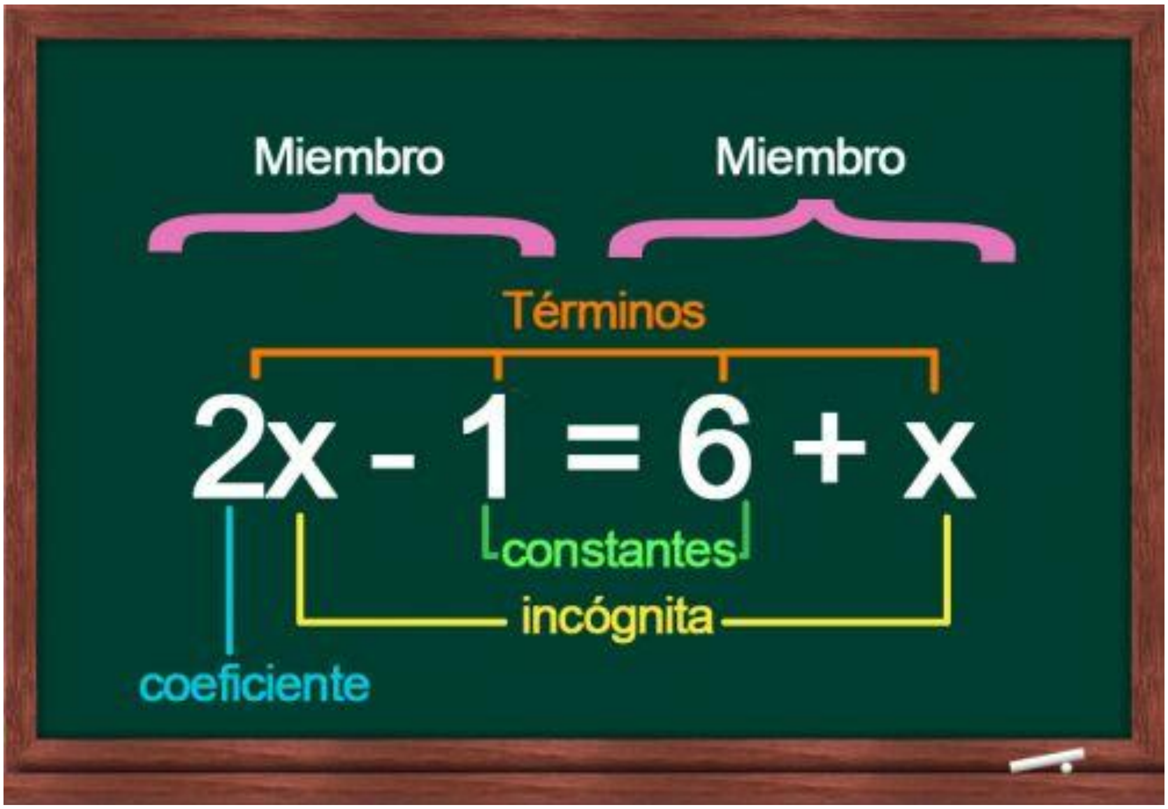
Las ecuaciones están formadas por diferentes elementos. Veamos cada uno de ellos.

Cada ecuación tiene dos miembros, y estos se separan mediante el uso del signo igual (=).

Cada miembro está conformado por términos, que corresponden a cada uno de los monomios.
Los valores de cada monomio de la ecuación pueden ser de diferente tenor. Por ejemplo:

- constantes;
- coeficientes;
- variables;
- funciones;

Las incógnitas, es decir, los valores que se desean encontrar, se representan con letras. Veamos un ejemplo de ecuación.



Subtema 3.1 Ecuaciones de primer grado.

En general para resolver una ecuación de primer grado debemos seguir los siguientes pasos:

1 Quitar paréntesis.

2 Quitar denominadores.

3 Agrupar los términos en x en un miembro y los términos independientes en el otro.

4 Reducir los términos semejantes.

5 Despejar la incógnita.

Ejemplo:

Resolver $2(x+1)-3(x-2)=x-6$

1 Quitamos paréntesis.

$$\begin{aligned} 2(x+1)-3(x-2) &= x-6 \\ 2x+2-3x+6 &= x-6 \end{aligned}$$

2 Agrupamos los términos en x en un miembro y los términos independientes en el otro.

$$\begin{aligned} 2(x+1)-3(x-2) &= x-6 \\ 2x+2-3x+6 &= x-6 \\ 2x-3x-x &= -6-2-6 \end{aligned}$$

3 Reducimos los términos semejantes.

$$\begin{aligned} 2(x+1)-3(x-2) &= x-6 \\ 2x+2-3x+6 &= x-6 \\ 2x-3x-x &= -6-2-6 \\ -2x &= -14 \end{aligned}$$

4 Despejamos la incógnita.

$$\begin{aligned} 2(x+1)-3(x-2) &= x-6 \\ 2x+2-3x+6 &= x-6 \\ 2x-3x-x &= -6-2-6 \\ -2x &= -14 \\ x &= 7 \end{aligned}$$

Ejercicios:

2. Resolver las ecuaciones siguientes:

a) $3x + 5 = 5x - 13$

b) $5(7 - x) = 31 - x$

c) $4(2 - 3x) = -2x - 27$

d) $6x - 8 = 4(-2x + 5)$

e) $3(2x - 2) = 2(3x + 9)$

f) $3(4x + 7) = 4x - 25$

g) $7x + 15 = 3(3x - 7)$

h) $\frac{4x+1}{3} = \frac{12x-3}{7}$

i) $\frac{2x-5}{12} = \frac{-x}{4} - \frac{5}{3}$

j) $\frac{x}{5} + \frac{x}{3} - 1 = \frac{x}{2}$

k) $\frac{2x+4}{3} = \frac{x}{6} - 3$

l) $\frac{x+11}{2} - \frac{2x+3}{5} = 5$

m) $\frac{5x+1}{6} + \frac{2x+1}{3} = 2$

n) $\frac{6x+1}{5} = -10 + \frac{2x+1}{3}$

o) $x - \frac{x}{5} = 30$

p) $\frac{4x}{33+x} = \frac{1}{3}$

q) $\frac{4x}{15} - \frac{6x+28}{5} = 0$

r) $\frac{2x}{3} = \frac{5x}{12} - 2$

s) $3x - \frac{2x}{5} = \frac{3x}{10} + 14$

t) $\frac{4x-3}{5} - \frac{4x}{3} = \frac{2(x-13)}{15}$

u) $\frac{3x+5}{2} - \frac{4x-5}{3} = \frac{7x+1}{6} - 5$

v) $\frac{9x-1}{13} - \frac{5x-8}{4} = x + 6$

w) $5x - \frac{2x+1}{2} = 3x + \frac{15x-2}{4}$

x) $\frac{4(3x+6)}{5} + 3 = \frac{2(2x+5)}{3} - 3x$

y) $2x - 6 - \frac{2(2x+8)}{3} = 4x - 1$

z) $\frac{7x-6}{3} - (x+2) = 4x + 2$

BIBLIOGRAFÍA

- J. de Burgos, Álgebra lineal. McGraw-Hill, 2000.
- M. Anzola y otros, Problemas de álgebra. (Especialmente tomos 1, 3, 6, 7) Madrid, 1981.
- J. Rojo, Álgebra lineal. McGraw-Hill, 2001.
- J. Rojo e I. Martín, Ejercicios y problemas de álgebra. McGraw-Hill, 1994.
- S. I. Grossman, Álgebra lineal. McGraw-Hill, 1995.
- F. Granero, Álgebra y geometría analítica. McGraw-Hill, 1992.
- J. Flaquer y otros, Curso de álgebra lineal. Ediciones Universidad de Navarra, 1996.
- P. Sanz y otros, Problemas de álgebra lineal. Prentice Hall, 1998.
- M. Castellet e I. Llerena, Álgebra lineal y geometría. Reverté, 1991.