

# **INSTITUTO CULTURAL REFORMA BACHILLERATO GENERAL**

## **1. Datos generales**

**Datos curriculares:**

**Nombre de la asignatura: Matemáticas IV**

**Modulo: Cuarto modulo**

**Datos de identificación del alumno Nombre:**

**Grupo:**

**Fecha: Datos del profesor Nombre del profesor: Carlos  
Alonso Rodríguez**

# MATEMATICAS IV

La Matemática es la ciencia que se ocupa de describir y analizar las cantidades, el espacio y las formas, los cambios y relaciones, así como la incertidumbre. Si miramos a nuestro alrededor vemos que esos componentes están presentes en todos los aspectos de la vida de las personas, en su trabajo, en su quehacer diario, en los medios de comunicación, etc.

Las matemáticas, tanto histórica como socialmente, forman parte de nuestra cultura y los individuos deben ser capaces de apreciarlas y comprenderlas. Es evidente, que en nuestra sociedad, dentro de los distintos ámbitos profesionales, es preciso un mayor dominio de ideas y destrezas matemáticas que las que se manejaban hace tan sólo unos años. La toma de decisiones requiere comprender, modificar y producir mensajes de todo tipo; en la información que se maneja cada vez aparecen con más frecuencia tablas, gráficos y fórmulas que demandan conocimientos matemáticos para su correcta interpretación. Por ello, los ciudadanos deben estar preparados para adaptarse con eficacia a los continuos cambios que se generan.

Se pretende configurar el área de matemáticas no sólo como un conjunto de ideas y formas de actuar que conllevan la utilización de cantidades y formas geométricas, sino, y sobre todo, como un área capaz de generar preguntas, obtener modelos e identificar relaciones y estructuras, de modo que, al analizar los fenómenos y situaciones que se presentan en la realidad, se puedan obtener informaciones y conclusiones que inicialmente no estaban explícitas. Presentan unas características que se deben destacar para comprenderlas y saber cómo aplicarlas. Las matemáticas son universales: Los resultados que se obtienen son aceptados por toda la comunidad internacional, lo que no quiere decir que los métodos que se han utilizado históricamente sean iguales: lo que sí son universales son las actividades, muchas entroncadas con la cultura de los pueblos, que han impulsado el conocimiento matemático. De esta manera hablamos de: contar, localizar, medir, explicar, jugar, etc. La Matemática es una ciencia viva. Su conocimiento no está fosilizado, además de una herencia recibida es una ciencia que hay que construir. Un reto interesante es el contextualizar adecuadamente los nuevos contenidos que se presentan.

# 1. RELACIÓN Y FUNCIÓN.

En matemática, una **función** (**f**) es una relación entre un conjunto dado **X** (llamado **dominio**) y otro conjunto de elementos **Y** (llamado **codominio**) de forma que a cada elemento **x** del dominio le **corresponde** un único elemento **f(x)** del codominio (los que forman el **recorrido**, también llamado **rango** o **ámbito**).

En lenguaje cotidiano o más simple, diremos que las funciones matemáticas equivalen al proceso lógico común que se expresa como “depende de”.

Las funciones matemáticas pueden referirse a situaciones cotidianas, tales como: el costo de una llamada telefónica que depende de su duración, o el costo de enviar una encomienda que depende de su peso.

A modo de ejemplo, ¿cuál sería la regla que **relaciona** los números de la derecha con los de la izquierda en la siguiente lista?:

1 -----> 1  
2 -----> 4  
3 -----> 9  
4 -----> 16

Los números de la derecha son los cuadrados de los de la izquierda.

La regla es entonces "elevar al cuadrado":

1 -----> 1  
2 -----> 4  
3 -----> 9  
4 -----> 16  
x ----->  $x^2$ .

Para referirse a esta regla podemos usar un nombre, que por lo general es la letra **f** (de función). Entonces, **f** es la regla "elevar al cuadrado el número".

Usualmente se emplean dos notaciones:

$$x \text{ -----} \rightarrow x^2 \quad \text{o} \quad \mathbf{f(x) = x^2} .$$

Así,  $f(3)$  significa aplicar la regla  $f$  a 3. Al hacerlo resulta  $3^2 = 9$ .

Entonces  $f(3) = 9$ . De igual modo  $f(2) = 4$ ,  $f(4) = 16$ ,  $f(a) = a^2$ , etc.

Veamos algunos ejemplos que constituyen funciones matemáticas.

## Ejemplo 1

Correspondencia entre las personas que trabajan en una oficina y su peso expresado en kilos

Conjunto X	Conjunto Y
Ángela	55
Pedro	88
Manuel	62
Adrián	88
Roberto	90

Cada persona (perteneciente al conjunto **X** o **dominio**) constituye lo que se llama la **entrada** o **variable independiente**. Cada peso (perteneciente al conjunto **Y** o **codominio**) constituye lo que se llama la **salida** o **variable dependiente**. Notemos que una misma persona no puede tener dos pesos distintos. Notemos también que es posible que dos personas diferentes tengan el mismo peso.

## Ejemplo 2

Correspondencia entre el conjunto de los números reales (variable independiente) y el mismo conjunto (variable dependiente), definida por la regla "doble del número más 3".

$$x \text{ -----} \rightarrow 2x + 3 \text{ o bien } f(x) = 2x + 3$$

Algunos pares de números que se corresponden por medio de esta regla son:

<b>Conjunto X</b>	<b>Conjunto Y</b>	<b>Desarrollo</b>
- 2	- 1	$f(-2) = 2(-2) + 3 = -4 + 3 = - 1$
- 1	1	$f(-1) = 2(-1) + 3 = -2 + 3 = 1$
0	3	$f(0) = 2(0) + 3 = 0 + 3 = 3$
1	5	$f(1) = 2(1) + 3 = 2 + 3 = 5$
2	7	$f(2) = 2(2) + 3 = 4 + 3 = 7$
3	9	$f(3) = 2(3) + 3 = 6 + 3 = 9$
4	11	$f(4) = 2(4) + 3 = 8 + 3 = 11$

Con estos ejemplos vamos entendiendo la noción de función: como vemos, todos y cada uno de los elementos del primer conjunto (**X**) están asociados a uno, y sólo a uno, del segundo conjunto (**Y**). Todos y cada uno significa que no puede quedar un elemento en **X** sin su correspondiente elemento en **Y**. A uno y sólo a uno significa que a un mismo elemento en **X** no le pueden corresponder dos elementos distintos en **Y**.

Ahora podemos enunciar una definición más formal:

Una función (**f**) es una regla que asigna a cada elemento **x** de un conjunto **X** (**dominio**) exactamente un elemento, llamado **f(x)**, de un conjunto **Y** (**codominio**).

Otra definición equivalente es: sean **X** e **Y** dos conjuntos. Una función de **X** en **Y** es una regla (o un método) que asigna un (y sólo uno) elemento en **Y** a cada elemento en **X**.

Usualmente **X** e **Y** son conjuntos de números.

## 1.1 FUNCION INYECTIVA Y SOBREYECTIVA

Las funciones pueden ser clasificadas principalmente en tres categorías basadas en como las imágenes y los argumentos están asignados, a saber en otra función inyectiva, función sobreyectiva y función biyectiva.

Una función inyectiva, también llamada función uno a uno, es aquella que conserva la distinción, es decir, no asigna los distintos elementos en su dominio al mismo elemento en su co-dominio. En otras palabras, podemos decir que hay una asignación uno a uno entre los elementos del dominio y el co-dominio de una función. A la luz de la declaración anterior, podemos concluir que hay una salida diferente para cada entrada de la función.

La notación utilizada para representar una función inyectiva es la flecha con cola de pescado, es decir,  $f: A \rightarrow B$ , donde  $f$  es una función de  $A$  a  $B$ . Tal función asegura una imagen diferente para cada elemento en el dominio de la función. Sin embargo, en algunos casos, un elemento en particular en el rango de la función puede tener múltiples pre- imágenes.

- See more at:  
<http://mitecnologico.com/igestion/Main/FuncionInyectiva#sthash.aD1zq3jl.dpuf>

En términos matemáticos, una función inyectiva es una función  $f: A \rightarrow B$ , donde ningún elemento de  $B$  es la imagen de dos o más elementos diferentes de  $A$  bajo  $f$ . En terminología gráfica, si la curva que representa la función es cortada por cualquier línea horizontal al menos una vez, entonces tal función es llamada función inyectiva.

Una función sobreyectiva, también conocida con el nombre de sobre función, es aquella en la cual podemos obtener todos los números en el co-dominio de la función por la aplicación de la correspondencia / función  $f$  a un número en el dominio de la función. En tal escenario, pueden existir varios elementos en el dominio de la función que se asignen al mismo elemento en el co-dominio de la función.

En términos matemáticos, una función sobreyectiva es una función  $f: A \rightarrow B$  donde el rango de la función es igual al co-dominio de la función. En general, una función con rango  $R$  y co-dominio  $B$  posee la propiedad de que  $R$  es subconjunto de  $B$

- See more at:

<http://mitecnologico.com/igestion/Main/FuncionInyectiva#sthash.aD1zq3jl.dpuf>

Por lo tanto, con el fin de demostrar que una función es una función sobreyectiva, debemos probar que  $B$  es un subconjunto de  $R$ . Con este fin uno puede tomar arbitrariamente cualquier elemento del co-dominio y demostrar que este existe como la imagen de algún elemento en el dominio de la función.

- See more at:

<http://mitecnologico.com/igestion/Main/FuncionInyectiva#sthash.aD1zq3jl.dpuf>

VER LOS SIGUIENTES VIDEOS

<https://www.youtube.com/watch?v=2-WIL1-Uz7Y>

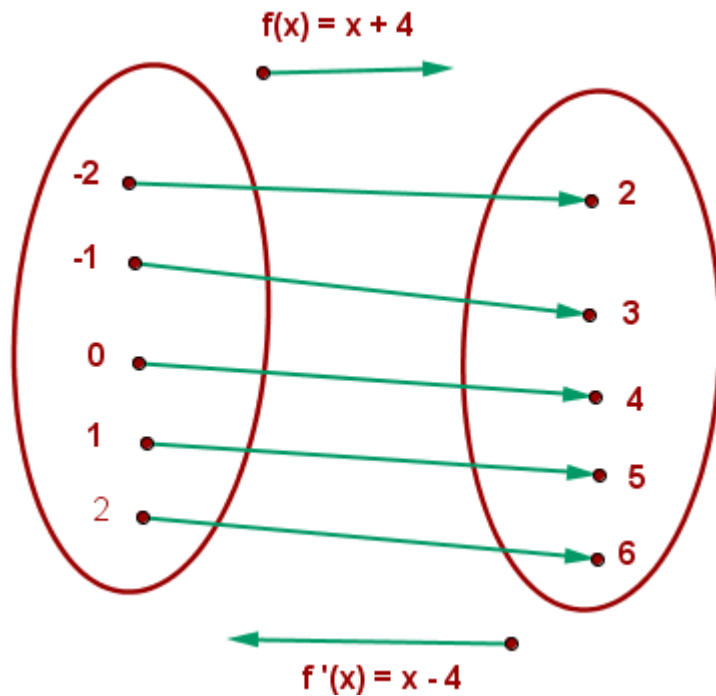
<https://www.youtube.com/watch?v=mjGRObdnXBc>

<https://www.youtube.com/watch?v=nphzSbsfy-w>

## 1.2 FUNCIÓN INVERSA.

Se llama **función inversa** o **recíproca** de  $f$  a otra función  $f^{-1}$  que cumple que:  
**Si  $f(a) = b$ , entonces  $f^{-1}(b) = a$ .**

Veamos un ejemplo a partir de la función  $f(x) = x + 4$



Podemos observar que:

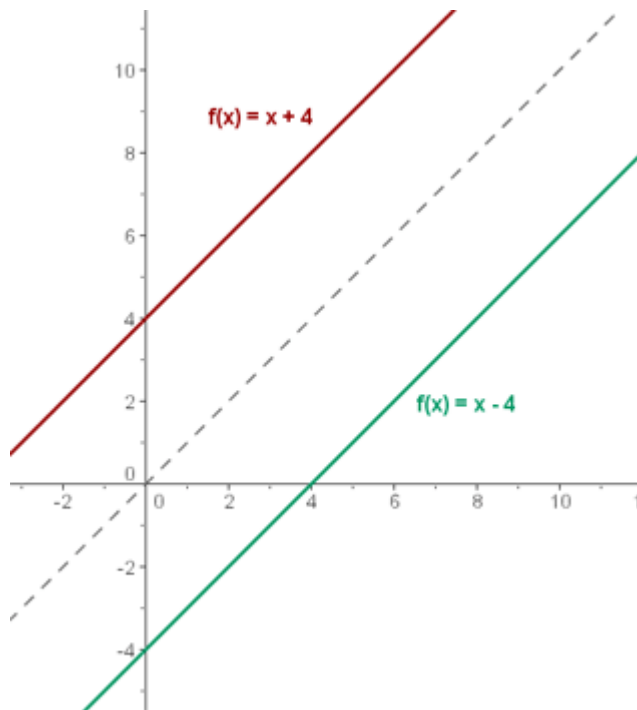
El dominio de  $f^{-1}$  es el recorrido de  $f$ .

El recorrido de  $f^{-1}$  es el dominio de  $f$ .

Si queremos hallar el recorrido de una función tenemos que hallar el dominio de su función inversa.

Si dos **funciones** son **inversas** su **composición** es la **función identidad**.

$$(f \circ f^{-1})(x) = (f^{-1} \circ f)(x) = x$$



Las gráficas de  $f$  y  $f^{-1}$  son simétricas respecto de la bisectriz del primer y tercer cuadrante.

## ACTIVIDAD 1

1 Calcular el dominio de las funciones polinómicas:

$$1 \quad f(x) = 2x^5 - 6x^3 + 8x^2 - 5$$

$$2 \quad f(x) = \frac{2x^2 - 3}{5}$$

2 Calcular el dominio de las funciones racionales:

$$1 \quad f(x) = \frac{2x^2 - 3}{x + 2}$$

$$2 \quad f(x) = \frac{2x^2 - 3}{x^2 - 1}$$

$$3 \quad f(x) = \frac{2x^2 - 3}{x^2 + 1}$$

$$4 \quad f(x) = \frac{2x^2 - 3}{x^2 + 2x + 1}$$

$$5 \quad f(x) = \frac{2x^2 - 3}{x^3 + 3x^2 + 3x + 1}$$

## SOLUCIONES

$$\boxed{1} \quad f(x) = 2x^5 - 6x^3 + 8x^2 - 5$$

$$D = \mathbb{R}$$

$$\boxed{2} \quad f(x) = \frac{2x^2 - 3}{5}$$

$$D = \mathbb{R}$$

$$\boxed{1} \quad f(x) = \frac{2x^2 - 3}{x + 2}$$

$$x + 2 = 0;$$

$$D = \mathbb{R} - \{-2\}$$

$$\boxed{2} \quad f(x) = \frac{2x^2 - 3}{x^2 - 1}$$

$$\boxed{3} \quad f(x) = \frac{2x^2 - 3}{x^2 + 1}$$

$$x^2 + 1 = 0;$$

$$D = \mathbb{R}$$

$$\boxed{4} \quad f(x) = \frac{2x^2 - 3}{x^2 + 2x + 1}$$

$$x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$(x + 1)^2 = 0$$

$$D = \mathbb{R} - \{-1\}$$

$$5 \quad f(x) = \frac{2x^2 - 3}{x^3 + 3x^2 + 3x + 1}$$

$$x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = 0$$

$$(x + 1)^3 = 0$$

$$D = \mathbb{R} - \{-1\}$$

## RÚBRICA PARA EVALUAR ACTIVIDADES CON PROBLEMAS

ESCALA HABILIDADES	EXCELENTE (5)	BUENO (4)	EN PROCESO (3)	NECESITA MEJORAR (1)
IDENTIFICAR	Identifica y presenta en ordenadamente los datos e incógnitas de un problema	Identifica y presenta sin orden los datos e incógnitas de un problema	Identifica y presenta parcialmente los datos e incógnitas de un problema	Le cuesta identificar y presentar los datos e incógnitas de un problema
PLANTEAR	Al plantear relaciona los datos con las incógnitas de manera sintetizada	Al plantear relaciona los datos con las incógnitas	Al plantear no relaciona los datos con las incógnitas	Le cuesta plantear relaciones entre datos con las incógnitas
RESOLVER	Resuelve las operaciones siguiendo un proceso ordenado y da la respuesta correcta	Resuelve las operaciones con algún desorden u omisión de algunos pasos	No culmina los pasos al resolver las operaciones	Le cuesta resolver las operaciones siguiendo un proceso ordenado
EVALUAR	Verifica el resultado obtenido y propone otras formas para resolver el problema	Verifica los resultados obtenidos	Verifica en forma incorrecta los resultados obtenidos	Le cuesta verificar los resultados obtenidos

## ACTIVIDAD 2

Realice un video donde explique como calcular una función polinómica.

1. El video tendrá una duración de 6 minutos.
2. Utilice una pizarra si no cuenta con una utilice hojas de papel plumones o lápiz.
3. En el video solo debe aparecer las hojas la pizarra y el proceso de como lo va realizando y su narración

**PRODUCTO A EVALUAR: video de una función polinómica.**

Nombre del alumno	
Ciclo Escolar	
Nombre del evaluador	Carlos Alonso Rodríguez
Indicaciones	Realice un video donde explique como calcular una función polinómica.
Módulo	4
Asignatura	Matemáticas 4
Unidad	1
Tema	Funciones matemáticas conceptos básicos

CRITERIOS	INDICADORES			
	Muy Bien	Bien	Regular	Necesita mejorar
CONOCIMIENTOS (APRENDIZAJE DECLARATIVO )	Domina el concepto de una función polinómica, explica perfecto el concepto en el video.	Sólo domina la información más importante.	Dominio mínimo de la información	No conoce con claridad el concepto de función polinómica.
PROCESOS – HABILIDADES (APRENDIZAJE PROCEDIMENTAL)	Presenta creatividad en su modelo Información Relevancia en la información que maneja. C. Genéricas 4.1 Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, y gráficas. 5.2 Ordena información de acuerdo a categorías, jerarquías y relaciones. 6.4 Estructura ideas y argumentos de manera clara, coherente y sintética.	Manejo satisfactoria de la información C. Genéricas 4.1 Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, y gráficas.	Comenta lo mínimo sobre el tema. Información elemental con vocabulario ordinario Conexiones muy limitadas y generaliza muy vagamente	Participación rudimentaria y superficial. No analiza ni aporta ideas. No establece conexiones y las aportaciones están fuera del tema
ponderación	3	2	1	0

## Foro 1

- Mencione la importancia que tienen las funciones matemáticas en las ciencias y en la vida diaria.

- Mencione en un ejemplo de su vida en donde aplicado el concepto de función

.

## 1.3 OPERACIONES CON FUNCIONES

### Suma de funciones

Sean  $f$  y  $g$  dos funciones reales de variable real definidas en un mismo intervalo. Se llama suma de ambas funciones, y se representa por  $f + g$ , a la función definida por

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x)$$

### Resta de funciones

Del mismo modo que se ha definido la suma de funciones, se define la resta de dos funciones reales de variable real  $f$  y  $g$ , como la función

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x)$$

Para que esto sea posible es necesario que  $f$  y  $g$  estén definidas en un mismo intervalo.

### Producto de funciones

Sean  $f$  y  $g$  dos funciones reales de variable real, y definidas en un mismo intervalo. Se llama función producto de  $f$  y  $g$  a la función definida por

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$$

## Cociente de funciones

Dadas dos funciones reales de variable real,  $f$  y  $g$ , y definidas en un mismo intervalo, se llama función cociente de  $f$  y  $g$  a la función definida por

$$(f/g)(x) = f(x)/g(x)$$

(La función  $f/g$  está definida en todos los puntos en los que la función  $g$  no se anula.)

## Producto de un número por una función

Dado un número real  $a$  y una función  $f$ , el producto del número por la función es la función definida por

$$(a.f)(x) = a.f(x)$$

### ***Actividad 3 operaciones con funciones***

Sean las funciones  $f(x) = 3x + 1$ , y  $g(x) = 2x - 4$ .

Definir la función  $f + g$  y calcular las imágenes de los números 2, -3 y  $1/5$ .

*Resolución:*

- la función  $f + g$  se define como

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x) = x + 1 + 2x - 4 = 5x - 3.$$

$$-(f + g)(2) = 5 \cdot 2 - 3 = 7$$

$$(f + g)(-3) = 5(-3) - 3 = -18$$

$$(f + g)(1/5) = 5 \cdot 1/5 - 3 = -2$$

Calculando las imágenes de los números mediante las funciones  $f$  y  $g$  por separado, y efectuando la resta, se obtiene el mismo resultado.

3) Dadas las funciones  $f(x) = x/2 - 3$  y  $g(x) = 2x + 1$ , definir la función  $f.g$ .

Resolución:

$$(f/g)(x) = f(x)/g(x) = (-x - 1)/(2x + 3)$$

La función  $f/g$  está definida para todos los números reales, salvo para  $x = -3/2$ , donde la función  $g$  se anula.

$$(f/g)(-1) = 0/1 = 0$$

$$(f/g)(2) = -3/7$$

$$(f/g)(3/2) = (-5/2)/6 = -5/12$$

Calculando por separado las imágenes de los números mediante las funciones  $f$  y  $g$ , y después efectuando su cociente, se obtienen los mismos resultados.

5) Dada la función  $f(x) = x^2 + x - 2$ , calcular  $3 \cdot f$  y  $f/3$ .

Obtener las imágenes de los números 2, 1 y 0 mediante la función  $3 \cdot f$ .

*Resolución:*

$$- (3 \cdot f)(x) = 3 \cdot f(x) = 3 \cdot (x^2 + x - 2) = 3x^2 + 3x - 6$$

$$(1/3) \cdot f(x) = (1/3) \cdot (x^2 + x - 2)$$

$$- (3 \cdot f)(2) = 3 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2 - 6 = 12$$

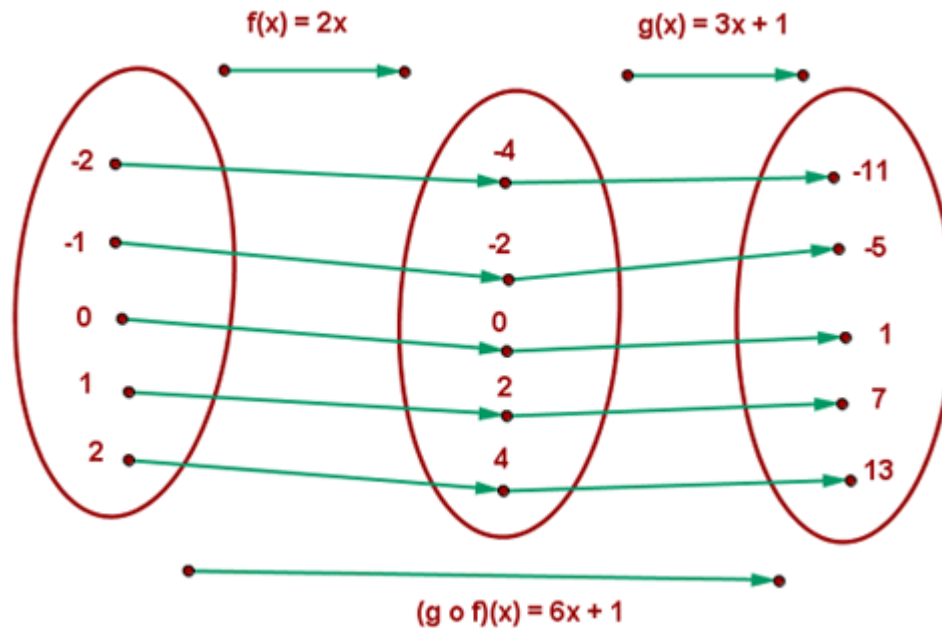
$$- (3 \cdot f)(1) = 3 \cdot 1^2 + 3 \cdot 1 - 6 = 0$$

$$- (3 \cdot f)(0) = 3 \cdot 0^2 + 3 \cdot 0 - 6 = -6$$

## 1.4 COMPOSICIÓN DE FUNCIONES.

Si tenemos dos funciones:  $f(x)$  y  $g(x)$ , de modo que el dominio de la 2ª esté incluido en el recorrido de la 1ª, se puede definir una nueva función que asocie a cada elemento del dominio de  $f(x)$  el valor de  $g[f(x)]$ .

Veamos un ejemplo con las funciones  $f(x) = 2x$  y  $g(x) = 3x + 1$ .



$$(g \circ f)(x) = g[f(x)] = g(2x) = 3(2x) + 1 = 6x + 1$$

$$(g \circ f)(1) = 6 \cdot 1 + 1 = 7$$

VER EL SIGUIENTE VIDEO

<https://www.youtube.com/watch?v=78QxHDCibIE>

<https://www.youtube.com/watch?v=GHITUxxaj4Q>

<https://www.youtube.com/watch?v=Kf1W3TYvmWM>

<https://www.youtube.com/watch?v=uMtv6a52n18>

Evaluación:

Examen (conocimiento) 40%

Procesos y productos 30%

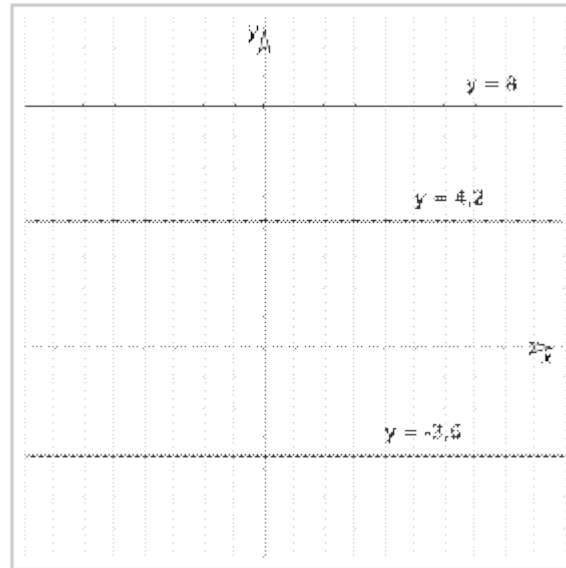
Desarrollo y Actividades 30%

Para hacer un total del 100%

## 2. Función Constante

Se llama función constante a la que no depende de ninguna variable, y la podemos representar como una función matemática de la forma:

**$F(x)=a$**  donde  **$a$**  pertenece a los números reales y es una constante.



Como se puede ver es una recta horizontal en el plano  $x$   $y$ , en la gráfica la hemos representado en el plano, pero, como se puede ver la función no depende de  $x$ , si hacemos:

$Y=F(x)$  entonces  $Y=a$  donde  $a$  tiene un valor constante, en la gráfica tenemos representadas:

para valores de  $a$  iguales:  $Y=8$ ,  $Y=4,2$ ,  $Y=-3,6$

La función constante como un polinomio en  $x$  es de la forma  $y = a$ .  
Se dice que es constante porque su valor no cambia, a cada valor de  $x$  le corresponde siempre el valor  $a$ .

El Dominio de la función constante va hacer igual siempre a "Todos los Reales« Mientras que la imagen tan solo va hacer el valor de  $a$ .

Es una Función Continua.

¿Qué significa la recta representa por la función  $y=0$ ?

Representa que la recta pasara por todo el eje  $X$ .

1 Representa las siguientes rectas:

### ACTIVIDAD 3

1  $y = 2$

2  $y = -2$

3  $y = \frac{3}{4}$

4  $y = 0$

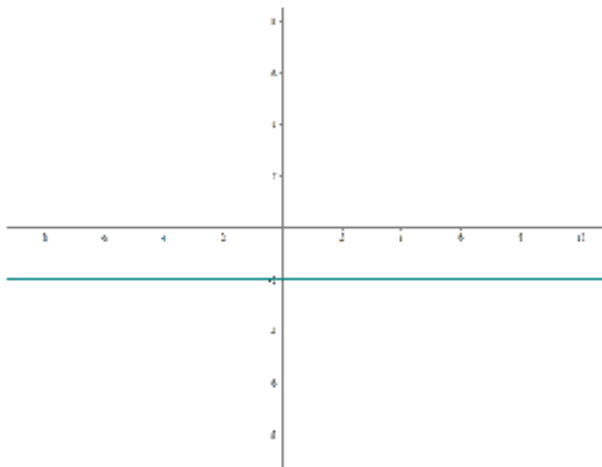
5  $x = 0$

# soluciones

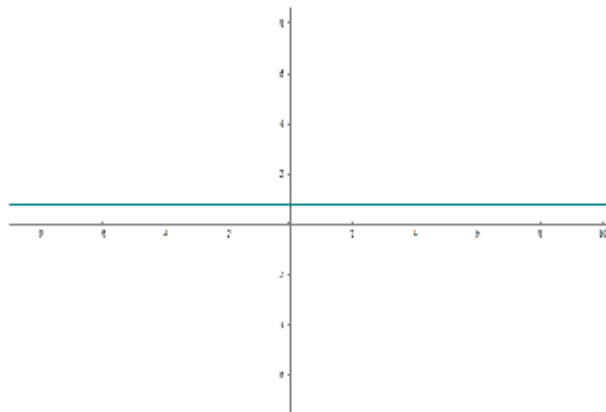
**1**  $y = 2$



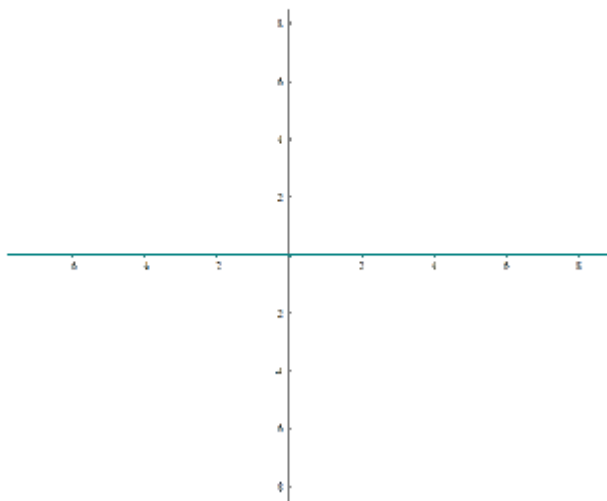
2  $y = -2$



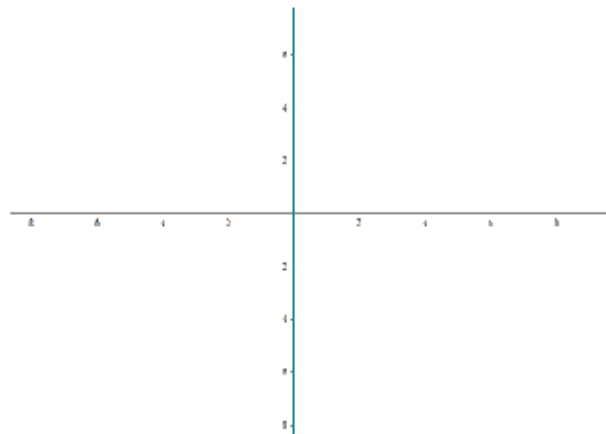
3  $y = \frac{3}{4}$



4  $y = 0$



5  $x = 0$



## 2.1 FUNCIÓN LINEAL

Es aquella que satisface las siguientes dos propiedades:

Propiedad aditiva (también llamada propiedad de superposición): Si existen  $f(x)$  y  $f(y)$ , entonces  $f(x + y) = f(x) + f(y)$ . Se dice que  $f$  es un grupo isomorfista con respecto a la adición.

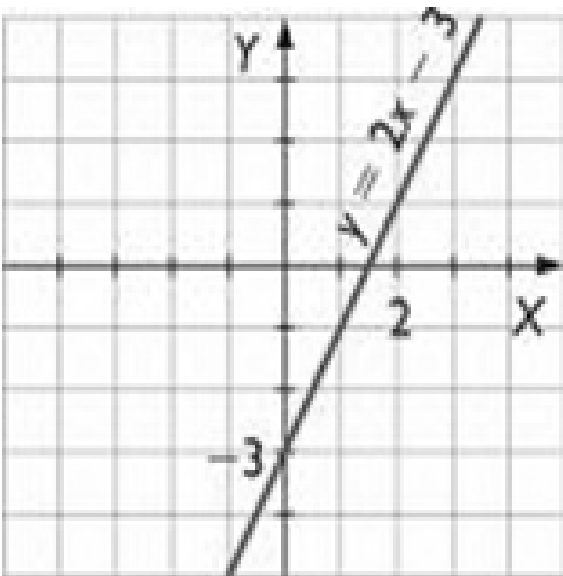
Propiedad homogénea:  $f(ax) = af(x)$ , para todo número real  $a$ . Esto hace que la homogeneidad siga a la propiedad aditiva en todos los casos donde  $a$  es racional. En el caso de que la función lineal sea continua, la homogeneidad no es un axioma adicional para establecer si la propiedad aditiva esta establecida.

En esta definición  $x$  no es necesariamente un número real, pero es en general miembro de algún espacio vectorial.

Para comprobar la linealidad de una función es necesario realizar la comprobación de las propiedades de homogeneidad y aditividad por separado, con mostrar que linealidad queda demostrada.

El [concepto](#) de linealidad puede ser extendido al operador lineal. Ejemplos importantes de [operaciones](#) lineales incluyen a la derivada considerada un operador diferencial y muchos contruidos de él, tal como el Laplaciano.

Cuando una ecuación diferencial puede ser expresada en forma lineal, es particularmente fácil de resolver al romper la ecuación en pequeñas piezas, resolviendo cada una de estas piezas y juntando las [soluciones](#).



## 2.2 FUNCIÓN VALOR ABSOLUTO Y FUNCIÓN MÁXIMO ENTERO.

Una función de [valor absoluto](#) es una función que contiene una expresión algebraica dentro de los símbolos de valor absoluto. Recuerde que el valor absoluto de un número es su distancia desde 0 en la [recta numérica](#).

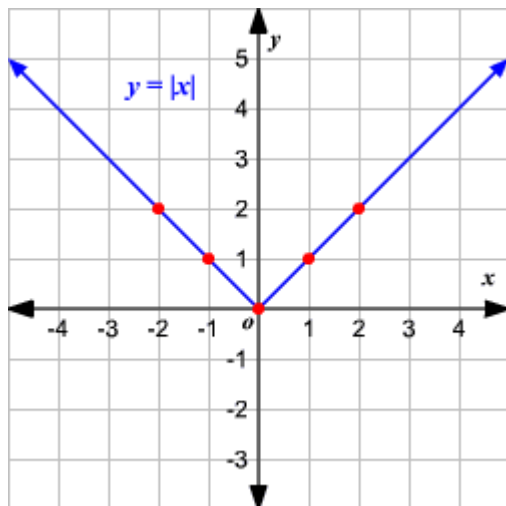
La función padre de valor absoluto, escrita como  $f(x) = |x|$ , está definida como

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

Para graficar una función de valor absoluto, escoja diferentes valores de  $x$  y encuentre algunas [parejas ordenadas](#) .

$x$	$y =  x $
-2	2
-1	1
0	0
1	1
2	2

Grafique los puntos en una plano coordenado y unálos.



- Observe que la gráfica es de la forma V.  $(y \geq 0)$
- (1) El vértice de la gráfica es  $(0, 0)$ .
  - (2) El eje de simetría ( $x = 0$  o eje de las  $y$ ) es la recta que divide la gráfica en dos mitades congruentes.
  - (3) El dominio es el conjunto de todos los números reales.
  - (4) El rango es el conjunto de todos los números reales mayores que o iguales a 0.
  - (5) La intercepción en  $x$  y la intercepción en  $y$  ambas son 0.

El MAXIMO ENTERO es un número real  $x$ , denotado por  $[[x]]$ , es el mayor de todos los números enteros menores o iguales a  $x$   $[[x]] = \max\{\text{de todos los enteros } n \text{ tales que } n \leq x\}$

Ejemplo:  $[[4,9]] = 4$   $[[3,2]] = 3$   $[[ -2,9]] = -3$   
 $[[ -4]] = -4$

Cuando se tiene una función máximo entero, la mejor forma de desarrollarla es a través de los intervalos, así se divide entonces este en varios intervalos para hacer más rápido la solución del problema que se plantee. En una función de máximo entero, siempre se toma el máximo valor entero que puede tomar un número, es decir, si se tiene el número 3,4, el máximo entero es 3. Pero si se tiene un número negativo es diferente. De esta manera, el máximo entero de -3,6 es -4. Siempre en los negativos es una unidad menos que el entero del número que se da.

## ACTIVIDAD 4

2 Representa las siguientes funciones, sabiendo que:

1 Tiene pendiente  $-3$  y ordenada en el origen  $-1$ .

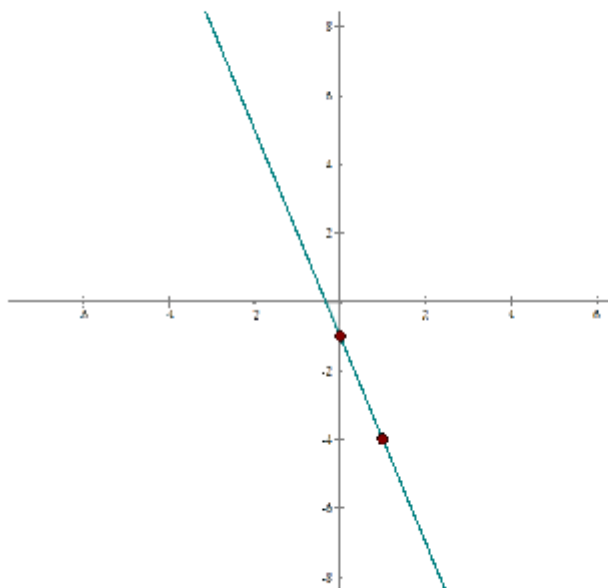
2 Tiene por pendiente  $4$  y pasa por el punto  $(-3, 2)$ .

3 Pasa por los puntos  $A(-1, 5)$  y  $B(3, 7)$ .

4 Pasa por el punto  $P(2, -3)$  y es paralela a la recta de ecuación  $y = -x + 7$ .

## SOLUCIONES:

- 1** Tiene pendiente  $-3$  y ordenada en el origen  $-1$ .

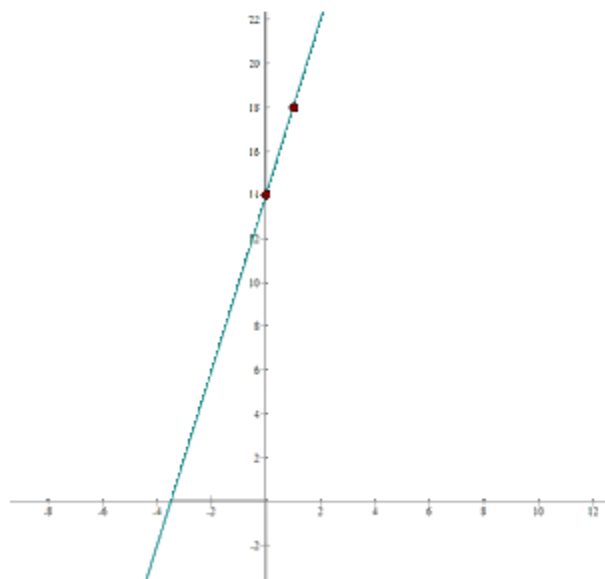


<b>x</b>	<b>y = -3x - 1</b>
<b>0</b>	<b>-1</b>
<b>1</b>	<b>-4</b>

2 Tiene por pendiente 4 y pasa por el punto  $(-3, 2)$ .

$$y = 4x + n \quad 2 = 4 \cdot (-3) + n \quad n = 14$$

$$y = 4x + 14$$



x	y = 4x + 14
0	14
1	18

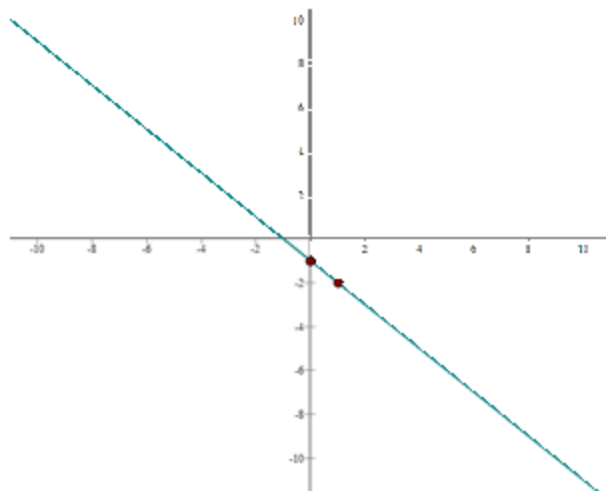
3 Pasa por los puntos  $A(-1, 5)$  y  $B(3, 7)$ .

$$5 = -m + n \quad -5 = m - n$$

$$7 = 3m + n \quad 7 = 3m + n$$

$$2 = 4m \quad m = \frac{1}{2} \quad n = \frac{11}{2}$$

$$y = \frac{1}{2}x + \frac{11}{2}$$



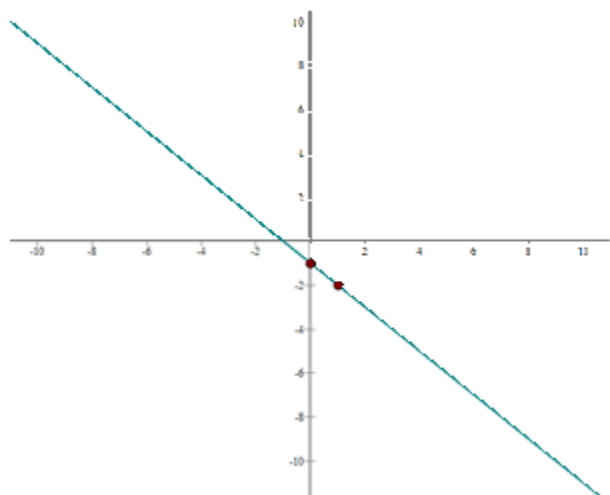
x	y = $\frac{1}{2}x + \frac{11}{2}$
0	-1
1	-2

4 Pasa por el punto  $P(2, -3)$  y es paralela a la recta de ecuación  $y = -x + 7$ .

$$m = -1$$

$$-3 = -1 \cdot (-2) + n \quad n = -1$$

$$y = -x - 1$$



x	y = -x -1
0	-1
1	-2

## 2.4 Función Cuadrática

La función cuadrática responde a la formula:  $y = a x^2 + b x + c$  con  $a \neq 0$ . Su gráfica es una curva llamada parábola cuyas características son:

Si  $a$  es mayor a 0 es cóncava y admite un mínimo. Si  $a$  es menor a 0 es convexa y admite un máximo.

Vértice: Puntos de la curva donde la función alcanza el máximo o el mínimo.

Eje de simetría:  $x = x_v$ .

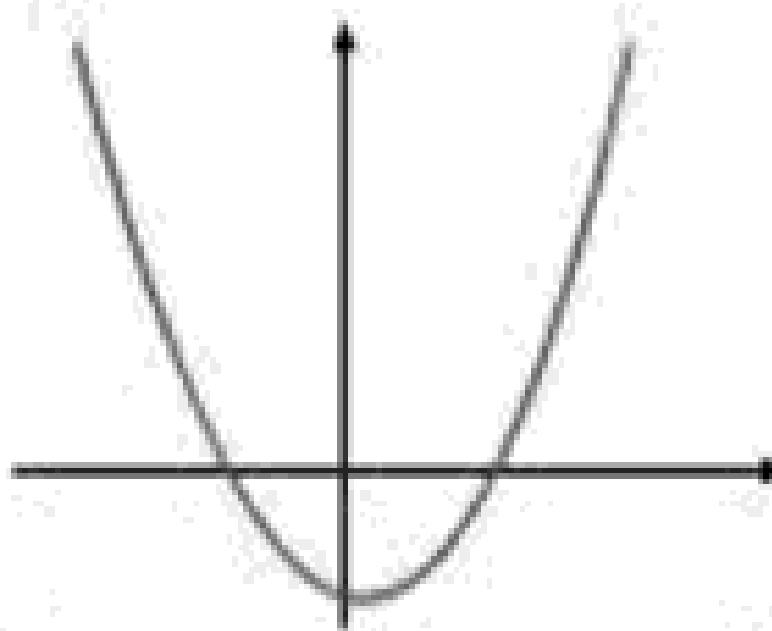
Intersección con el eje  $y$ .

Intersecciones con el eje  $x$ : se obtiene resolviendo la ecuación de segundo grado.

Leer más: <http://www.monografias.com/trabajos75/funciones-matematicas/funciones-matematicas2.shtml#ixzz3rLZxesih>

La función cuadrática

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$



## ACTIVIDAD 5

### Representa las funciones cuadráticas

$$1 \quad y = -x^2 + 4x - 3$$

$$2 \quad y = x^2 + 2x + 1$$

$$3 \quad y = x^2 + x + 1$$

# SOLUCIONES

Representa gráficamente la función cuadrática:

$$y = -x^2 + 4x - 3$$

1

1.  $y = -x^2 + 4x - 3$

1. Vértice

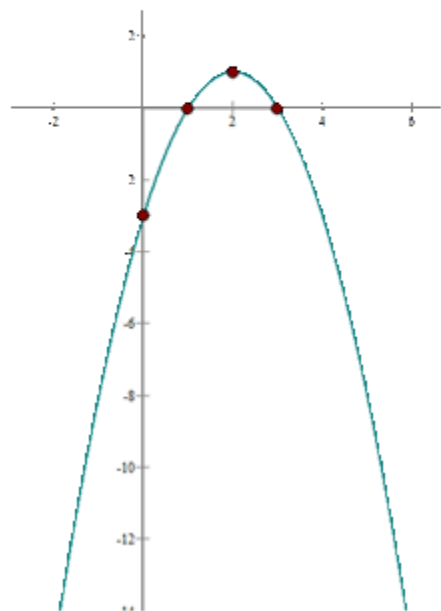
$$x_v = -4 / -2 = 2 \quad y_v = -2^2 + 4 \cdot 2 - 3 = 1 \quad \mathbf{V(2, 1)}$$

2. Puntos de corte con el eje OX.

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

3. Punto de corte con el eje OY.

$(0, -3)$



Representa gráficamente la función cuadrática:

$$y = x^2 + 2x + 1$$

1. Vértice

$$x_v = -2/2 = -1 \quad y_v = (-1)^2 + 2 \cdot (-1) + 1 = 0 \quad \mathbf{V(-1, 0)}$$

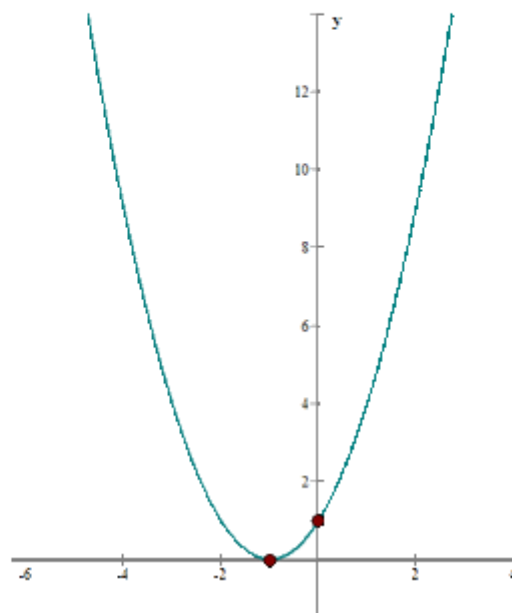
2. Puntos de corte con el eje OX.

$$x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4-4}}{2} = \frac{-2}{2} = -1 \quad \text{Coincide con el vértice: } (-1, 0)$$

3. Punto de corte con el eje OY.

**(0, 1)**



Representa gráficamente:

$$y = x^2 + x + 1$$

1. Vértice.

$$x_v = -1/2 \quad y_v = (-1/2)^2 + (-1/2) + 1 = 3/4$$

$$V(-1/2, 3/4)$$

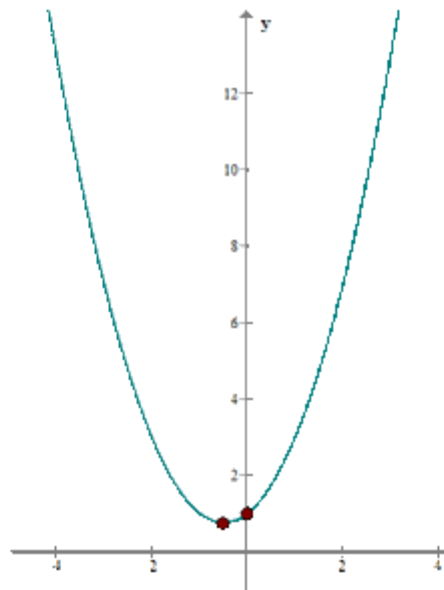
2. Puntos de corte con el eje OX.

$$x^2 + x + 1 = 0$$

$$1^2 - 4 < 0 \quad \text{No hay puntos de corte con OX.}$$

3. Punto de corte con el eje OY.

**(0, 1)**



## RÚBRICA PARA EVALUAR ACTIVIDADES CON PROBLEMAS

ESCALA HABILIDADES	EXCELENTE (5)	BUENO (4)	EN PROCESO (3)	NECESITA MEJORAR (1)
IDENTIFICAR	Identifica y presenta en ordenadamente los datos e incógnitas de un problema	Identifica y presenta sin orden los datos e incógnitas de un problema	Identifica y presenta parcialmente los datos e incógnitas de un problema	Le cuesta identificar y presentar los datos e incógnitas de un problema
PLANTEAR	Al plantear relaciona los datos con las incógnitas de manera sintetizada	Al plantear relaciona los datos con las incógnitas	Al plantear no relaciona los datos con las incógnitas	Le cuesta plantear relaciones entre datos con las incógnitas
RESOLVER	Resuelve las operaciones siguiendo un proceso ordenado y da la respuesta correcta	Resuelve las operaciones con algún desorden u omisión de algunos pasos	No culmina los pasos al resolver las operaciones	Le cuesta resolver las operaciones siguiendo un proceso ordenado
EVALUAR	Verifica el resultado obtenido y propone otras formas para resolver el problema	Verifica los resultados obtenidos	Verifica en forma incorrecta los resultados obtenidos	Le cuesta verificar los resultados obtenidos

Evaluación:

Examen (conocimiento) 40%

Procesos y productos 30%

Desarrollo y Actividades 30%

Para hacer un total del 100%

## 2.5 FUNCIÓN CÚBICA.

Es generalmente utilizada para relacionar volúmenes en determinados espacio o tiempo. Otro ejemplo es el relacionar el crecimiento de un feto en gestación con el hecho de relacionar su distancia de los pies a la cabeza se puede determinar la semanas de gestación del feto. También el hecho de relacionar los vientos o la energía eólica con respecto a la intensidad de estos y su tiempo de duración. Se utiliza más en el campo de la Economía y de la física.

La función cúbica se define como el polinomio de tercer grado; el cual se expresa de la forma:  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  con  $a \neq 0$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $c$  y  $d \in \mathbb{R}$

## Propiedades

El dominio de la función es la recta real es decir  $(-\alpha : \alpha)$

El recorrido de la función es decir la imagen es la recta real.

La función es simétrica respecto del origen, ya que  $f(-x)=-f(x)$ .

La función es continua en todo su dominio.

La función es siempre creciente.

La función no tiene asíntotas.

La función tiene un punto de corte con el eje Y.

La función puede tener hasta un máximo de 3 puntos de intersección con el eje X.

## Ejemplos

Grafique y analice las propiedades de la siguientes funciones

a)  $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$

Propiedades

Dominio: El conjunto de los Reales

Imagen: El conjunto de los Reales

Ceros de la función:

Se iguala la función a cero

$2x^3 + 3x^2 - 12x = 0$   $x(2x^2 + 3x - 12) = 0$  Extrayendo factor común  $x = 0$  ( $2x^2 + 3x - 12$ ) = 0 Igualando a cero ambos factores y realizar la descomposición.

•Simetría: Demostrar que cumple  $f(-x) = -f(x)$ .

Para demostrar la simetría analíticamente de selecciona un número cualesquiera y su opuesto ejemplo 1 y -

1 Demostrar que  $f(-1) = -f(1)$

$$f(-1) = 2(-1)^3 + 12 \cdot (-1)^2 + 2 \cdot (-1)$$

$$= 2 \cdot (-1) + 12 \cdot 1 - 2 = -2 + 12 - 2 = 10 - 2 = 8$$

$$f(1) = 2(1)^3 + 12 \cdot (1)^2 + 2 \cdot (1)$$

$$= 2 \cdot (1) - 12 \cdot 1 + 2 = 2 - 12 + 2 = -10 + 2 = -8$$

Como  $f(-1) = -f(1)$  por tanto la función es simétrica.

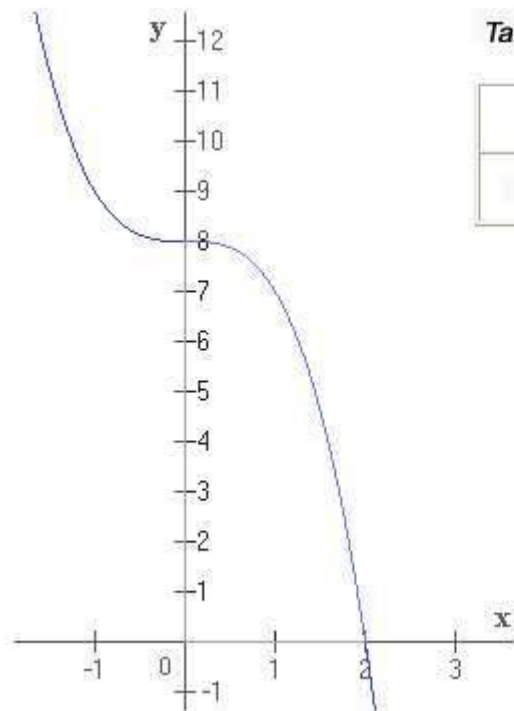
Continuidad: La función es continua en todo su dominio pues gráficamente se puede observar que no tiene ningún punto de discontinuidad.

La función no tiene asíntotas.

Para determinar los puntos donde la función corta el eje de la y

Se determina el valor de la función para  $x=0$   $f(0) = 2 \cdot 0^3 + 3 \cdot 0^2 - 12 \cdot 0$  Obteniendo  $y=0$  y la función corta el eje de la y en el punto  $(0:0)$

b)  $F(x) = -x^3 + 8$



**Tabla de valores**

$x$	-1	0	1	2
$f(x)$	9	8	7	0

### 3. FUNCIÓN RAÍZ CUADRADA Y FUNCIÓN RACIONAL

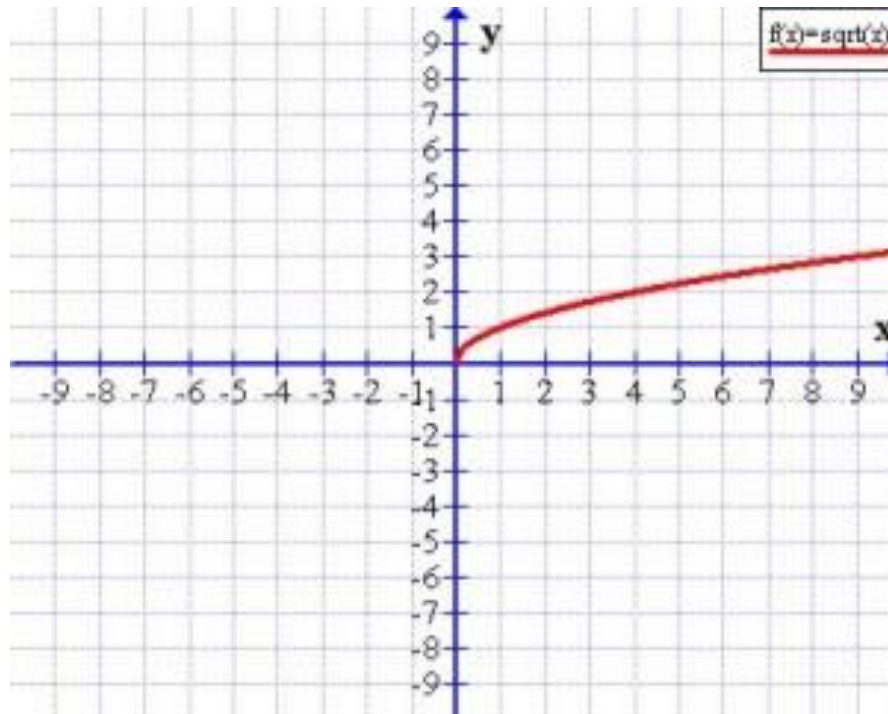
Las funciones **raíz cuadrada** las escribimos de la forma:

$$f(x) = \sqrt{x}$$

cuyo dominio son todos los números reales positivos  $(0, \infty)$ , lo cual significa que  $x$  no puede ser negativo. Si el valor de  $x$  fuese negativo no sería una función raíz cuadrada.

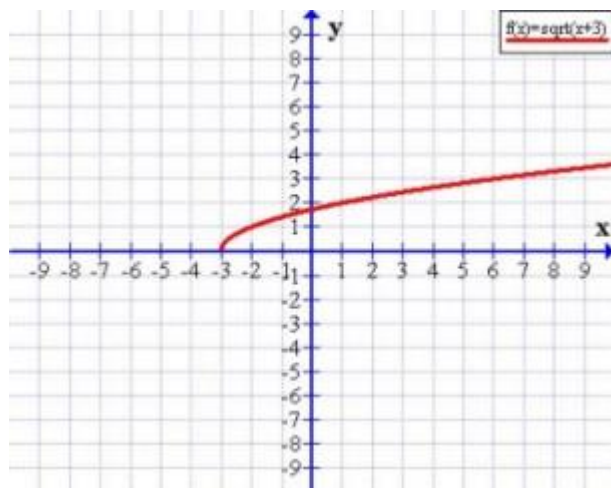
La gráfica de una función raíz cuadrada corresponde a la mitad de una parábola como las que conocemos de la [función cuadrática](#), pero en este caso el eje de simetría de la media parábola es horizontal (paralelo al eje de las abscisas).

El gráfico de la función raíz cuadrada es:



A este gráfico le podemos aplicar traslaciones horizontales, hacia la derecha si hacemos  $x - 1$ , y hacia de izquierda si hacemos  $x + 1$ .

Por ejemplo, el gráfico de `funcion_raiz_cuadrada02` muestra que `funcion_raiz_cuadrada01` se ha trasladado una unidad hacia la derecha:



### 3.1 FUNCIÓN POR PARTES

Las **funciones definidas a trozos** se llaman de esta manera porque tienen una definición diferente en cada tramo en el que están definidas. Por ejemplo,

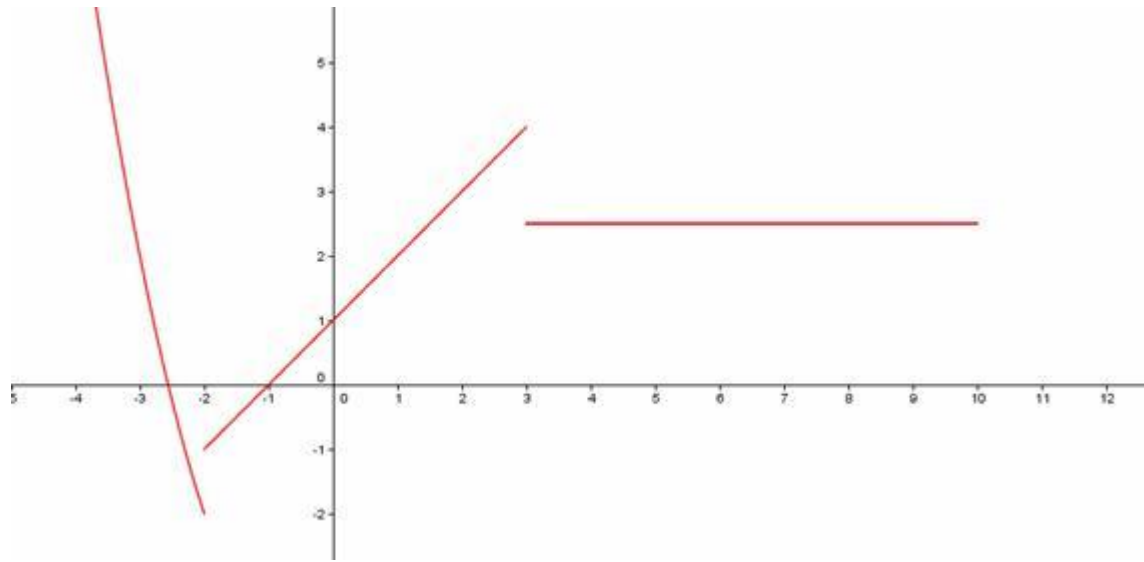
$$f(x) = \begin{cases} x^2 + x - 4 & \text{si } x \leq -2 \\ x + 1 & \text{si } -2 < x < 3 \\ 2.5 & \text{si } 3 \leq x < 10 \end{cases}$$

es una función definida a trozos, en cada “trozo” de su dominio tiene una definición.

Para valores de la variable menores o iguales que  $-2$  la función está definida como  $x^2 + x - 4$ ; si la variable está entre  $-2$  y  $3$  la función es  $x + 1$  y entre  $3$  y  $10$  es igual a  $2.5$ .

Observa, además, que su dominio de definición es  $(-\infty, 10)$ , porque no está definida para valores mayores o iguales que  $10$ .

Su gráfica se compone de varios tramos o trozos.



El trazado “manual” habría que hacerlo a partir de tablas para cada uno de los tramos, representando los puntos y uniéndolos con el criterio adecuado (segmentos rectilíneos o curvos) en los intervalos correspondientes.

En este tipo de funciones tiene especial interés el estudio de su continuidad, su crecimiento y decrecimiento y sus máximos y mínimos.

## QUÉ HACER

En la primera escena puedes ver la gráfica de la función definida según la fórmula

$$f(x) = \begin{cases} ax+b & \text{si } -6 \leq x \leq -1 \\ -x^2 + 2x & \text{si } -1 < x < 2 \\ c & \text{si } 2 \leq x \leq 5 \end{cases}$$

con valores iniciales de los deslizadores  $a = -0.5$ ,  $b = 1$ ,  $c = -1$ , es decir, la gráfica que se ve es:

$$f(x) = \begin{cases} -0.5x+1 & \text{si } -6 \leq x \leq -1 \\ -x^2 + 2x & \text{si } -1 < x < 2 \\ -1 & \text{si } 2 \leq x \leq 5 \end{cases}$$

## 4. FUNCION EXPONENCIAL Y FUNCION LOGARITMICA

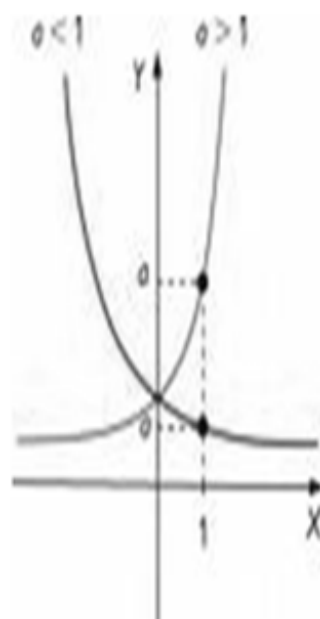
La **función exponencial** (de base  $e$ ) es una función real que tiene la propiedad de que al ser derivada se obtiene la misma función. Toda función exponencial tiene por dominio de definición el conjunto de los números reales. Además la función exponencial es la función inversa del logaritmo

natural. Esta función se denota equivalentemente como  $f(x) = e^x$  ó  $\exp(x)$  donde  $e$  es la base de los logaritmos naturales.

En términos generales, una función real  $F(x)$  es de **tipo exponencial** si tiene la forma

$$F(x) = K \cdot a^x$$

Siendo  $a, K \in \mathbb{R}$  números reales,  $a \geq 0$ . Se observa en los **gráficos** que si la curva  $a > 1$  será creciente.



## Cuadro comparativo entre las funciones

FUNCION				
CONSTANTE	LINEAL	CUADRÁTICA	LOGARITMICA	EXPONENCIAL
No depende de ninguna variable	Satisface las propiedades aditivas y homogéneas	Responde a la formula: $y = ax^2 + bx + c$ con $a \neq 0$ . Su gráfica es una curva llamada parábola	Función real de variable real	Tiene la propiedad de que al ser <b>derivada</b> se obtiene la misma función

<https://www.youtube.com/watch?v=QhC4UfHolMk>

## ***Función Logarítmica***

Se llama función logarítmica a la función real de variable real:

$$y = \log_a g(x)$$

*p.ej.*  $y = \log(x^2 - 1)$  ;  $\log_5 \frac{x}{x^2 + 3}$  ;  $\ln(2x + 3)$  ; *etc...*

La función logarítmica es una aplicación biyectiva definida de  $\mathbb{R}^{*+}$  en  $\mathbb{R}$  :

$$\log_a : \mathbb{R}^+ \longrightarrow \mathbb{R}$$

$$x \longrightarrow \log_a y = x$$

$$[a > 0, a \neq 1]$$

La función logarítmica solo está definida sobre los números positivos.

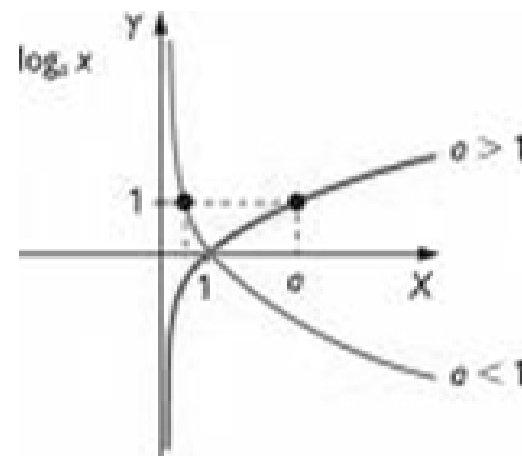
*Los números negativos y el cero no tienen logaritmo*

La función logarítmica de base  $a$  es la recíproca de la función exponencial de base  $a$ . Las funciones logarítmicas más usuales son la de base 10 y la de base  $e = 2.718281...$ . Debido a la continuidad de la función logarítmica, los límites de la forma

$$\lim_{x \rightarrow a} [\log_a f(x)]$$

Se hallan por medio de la fórmula :

$$\lim_{x \rightarrow a} [\log_a f(x)] = \log_a [\lim_{x \rightarrow a} f(x)]$$



Ver la siguiente lista de videos:

<https://www.youtube.com/watch?v=N5HX4spFVaA>

<https://www.youtube.com/watch?v=iBFu6kLa9uY>

<https://www.youtube.com/watch?v=oo-OIMQI7nl>

<https://www.youtube.com/watch?v=6M-0ziBH4Mc>

<https://www.youtube.com/watch?v=JhvSTg6RVnl>

[https://www.youtube.com/watch?v=mvj\\_KLgO\\_5Q](https://www.youtube.com/watch?v=mvj_KLgO_5Q)

## Fuentes de Consulta

BASURTO, E. (2011). Matemáticas 4 Competencias +Aprendizaje + Vida (1ª. Edición impresa 2011, 1ª. Edición E-Book, 2011). México: Pearson. GARCÍA, M. ET. AL. (2010). Matemáticas 4 Para Preuniversitarios (2ª. Reimpresión 2010) México: Esfinge. LARSON, R. HOSTETLER, R. (2004). Precálculo (7a. Reimpresión 2004). México: Reverte. RUIZ, J. (2011). Matemáticas 4 Precálculo: funciones y aplicaciones (1ª. Edición). México: Patria.

ELECTRÓNICA: [http://www.youtube.com/watch?v=l\\_a0Klrksh8](http://www.youtube.com/watch?v=l_a0Klrksh8)

[http://www.youtube.com/watch?v=i5v1\\_CAoTUE](http://www.youtube.com/watch?v=i5v1_CAoTUE)

<http://www.escolar.com/matem/02relac.htm>

[http://www.profesorenlinea.cl/matematica/Funciones\\_matematicas.html](http://www.profesorenlinea.cl/matematica/Funciones_matematicas.html)

## Actividad 6

Representa las funciones exponenciales:

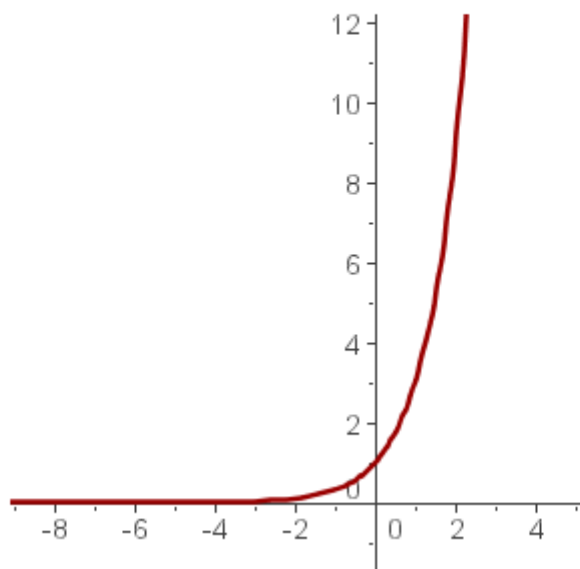
$$1 \quad f(x) = 3^x$$

$$2 \quad f(x) = \left(\frac{2}{5}\right)^x$$

## SOLUCIONES:

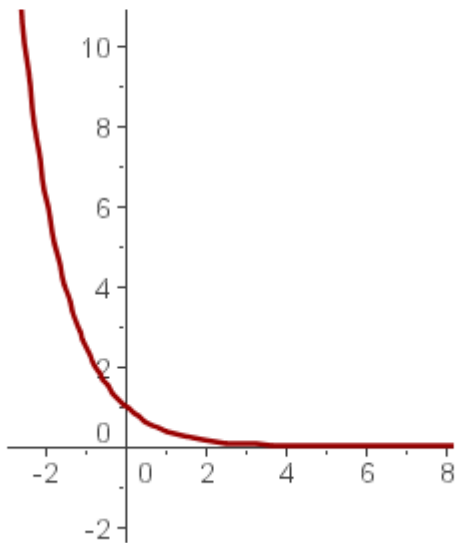
Representa las funciones exponenciales:

**1**  $f(x) = 3^x$



<b>x</b>	<b>f(x) = 3<sup>x</sup></b>
<b>-3</b>	<b>1/27</b>
<b>-2;</b>	<b>1/9</b>
<b>-1</b>	<b>1/3</b>
<b>0</b>	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>9</b>
<b>3</b>	<b>27</b>

2  $f(x) = \left(\frac{2}{5}\right)^x$



<b>x</b>	<b>f(x) = (2/5)<sup>x</sup></b>
<b>-3</b>	<b>15.625</b>
<b>-2</b>	<b>6.25</b>
<b>-1</b>	<b>2.5</b>
<b>0</b>	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>0.4</b>
<b>2</b>	<b>0.16</b>
<b>3</b>	<b>0.064</b>

## RÚBRICA PARA EVALUAR ACTIVIDADES CON PROBLEMAS

ESCALA HABILIDADES	EXCELENTE (5)	BUENO (4)	EN PROCESO (3)	NECESITA MEJORAR (1)
IDENTIFICAR	Identifica y presenta en ordenadamente los datos e incógnitas de un problema	Identifica y presenta sin orden los datos e incógnitas de un problema	Identifica y presenta parcialmente los datos e incógnitas de un problema	Le cuesta identificar y presentar los datos e incógnitas de un problema
PLANTEAR	Al plantear relaciona los datos con las incógnitas de manera sintetizada	Al plantear relaciona los datos con las incógnitas	Al plantear no relaciona los datos con las incógnitas	Le cuesta plantear relaciones entre datos con las incógnitas
RESOLVER	Resuelve las operaciones siguiendo un proceso ordenado y da la respuesta correcta	Resuelve las operaciones con algún desorden u omisión de algunos pasos	No culmina los pasos al resolver las operaciones	Le cuesta resolver las operaciones siguiendo un proceso ordenado
EVALUAR	Verifica el resultado obtenido y propone otras formas para resolver el problema	Verifica los resultados obtenidos	Verifica en forma incorrecta los resultados obtenidos	Le cuesta verificar los resultados obtenidos

## ACTIVIDAD 7

Realiza un cuento donde representes un problema y establezcas una función matemática, el cuento debe llevar introducción, trama y desenlace.

1. El cuento lo redactaras en el programa de Word
2. El cuento se desarrollara en tres cuartillas como máximo
3. Los títulos y los personajes del cuento llevaran letra Arial 14 y negrita
4. El texto debe ser a doble espacio y justificado con un tipo de fuente Arial del numero 12.

**PRODUCTO A EVALUAR: Elaboración de un cuento en la cual establece una función matemática .**

Nombre del alumno	
Ciclo Escolar	
Nombre del evaluador	Carlos Alonso Rodríguez
Indicaciones	Realiza un cuento donde representes un problema y establezcas una función matemática, el cuento debe llevar introducción, trama y desenlace
Módulo	4
Asignatura	Matemáticas 4
Unidad	Uno
Tema	Funciones matemáticas conceptos básicos

CRITERIOS	INDICADORES			
	Muy Bien	Bien	Regular	Necesita mejorar
CONOCIMIENTOS (APRENDIZAJE DECLARATIVO )	Domina el concepto de función y establece muy bien el concepto de función en su cuento..	Sólo domina la información más importante	Dominio mínimo de la información	No conoce con claridad el concepto de función y no tiene idea de cómo realizar el cuento
PROCESOS – HABILIDADES (APRENDIZAJE PROCEDIMENTAL)	Presenta creatividad en su modelo Información Relevancia en la información que maneja. C. Genéricas 4.1 Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, y gráficas. 5.2 Ordena información de acuerdo a categorías, jerarquías y relaciones. 6.4 Estructura ideas y argumentos de manera clara, coherente y sintética.	Manejo satisfactoria de la información C. Genéricas 4.1 Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, y gráficas.	Comenta lo mínimo sobre el tema. Información elemental con vocabulario ordinario Conexiones muy limitadas y generaliza muy vagamente	Participación rudimentaria y superficial. No analiza ni aporta ideas. No establece conexiones y las aportaciones están fuera del tema
ponderación	3	2	1	0

## FORO 2

1. ¿COMO APLICARIA UNA FUNCION MATEMATICA EN EL AREA DE CIENCIA SOCIALES?

2. CON SUS PROPIAS PALABRAS EXPLIQUE EL CONCEPTO DE FUNCIÓN Y MENCIONE POR LO MENOS UNA EXPERIENCIA PERSONAL DONDE HALLA APLICADO ESTE CONCEPTO.

Evaluación:

Examen (conocimiento) 40%

Procesos y productos 30%

Desarrollo y Actividades 30%

Para hacer un total del 100%

## FORO 3

1. EXPLIQUE COMO LA FUNCION EXPONENCIAL PREDICE EL CRECIMIENTO POBLACIONAL Y MENCIONE CUAL ES SU GRAFICA Y QUE ARGUMENTOS SE OBTINEN DE ELLA.